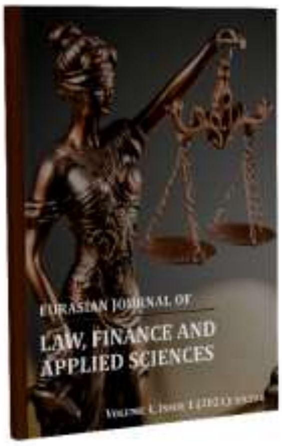
EURASIAN JOURNAL OF LAW, FINANCE AND APPLIED SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.3 | SJIF = 5.961 www.in-academy.uz



ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРАЛА В ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОЛЕ

Х. Абдурасулов[1], Е.Туфлиев[2], Б.Б.Каршиев[3]
[1]доцент, [2]Старший преподаватель, [3]ассистент
Каршинский инженерно-экономический институт,
Узбекистан, Кашкадарья, Карши город.
https://doi.org/10.5281/zenodo.6590409

ИСТОРИЯ СТАТЬИ
Принято: 10 май 2022 г.
Утверждено: 14 май 2022 г.
Опубликовано: 28 май 2022 г.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА
Линейный интеграл, в потенциальном поле, потенциал поля, векторное поле, неопределенная функция

АННОТАЦИЯ

В этой статье приведена вычисление линейного интеграла и показано физический смыль линейного интеграла в потенциальном поле. Приведена все необходимые и достаточные условия (способы) а также как вычислить потенциала поля в декартовых координатах.

Теореима. Линейный интеграл в потенциальном поле равен разности значений потенциала поля в конечной и начальной точках пути интегрирования:

∫_(м_1)^(м_2)▒〖(ā,dr̄)=φ(м_2)-φ(м_1), 〗 (1)

Пример-1. Вычислить линейный интеграл в поле вектора

вдоль отрезка прямой, ограниченного точкамь м_1(-1,0,3) и м_2(2,-1,0).

Решение. Покажен ,что поля данного вектора потенциально .В
Самом деле ,

=|■(ī&j̄&k̄@∂/∂x&∂/∂y&∂/∂z@x&y&z) | =0

легко убедиться , что потенциал етого поля

φ(x,y,z)=1/2(x^2+y^2+z^2)+c

применяя формулу (1), получим

∫_(M_1)^(M_2)▒〖("ā,∂r̄)=φ(2;-1;0)-φ(-1;0;3)=" 5/2〗 -5=-5/2

Отметим, что несушейвенно ,какой линней соединены точки м_1 и м_(2); в еюбом сеучаев при фиксированных м_1 и м_2 интеграл

∫_(м_1)^(м_2)▒〖(ā,dr̄)=〗 ∫_(M_1)^(M_2)▒〖xdx+ydy+zdz〗

имеет одно и тоже значение.

Пример 2. Вычислить работу силового поля

F̄=yī+xj̄+(x+y+z)k̄

вдохь отрезка AB прямой, проходяецей через точки M_1(2;3;4) и M_2(3;4;5).

Решение. Работа данного слового поля будуд равно линейному интегралу вдохь отрезка M_1,M_2;

A=∫_(M_(1,M_2))^ ▒ 〖(F ̅,dr ̅〗)=∫_(M_1,M_2)^▒ 〖ydx+xdy+(x+y+z)dz〗

Находим канонические уравнения прямой M_1,M_2.имеет

(x-2)/1=(y-3)/1=(z-4)/1

Отсюда

{█(y=x+1@z=x+2)┤ =>dy=dx,dz=dx

Здесь x изменяется в пределах от 2 до 3 (так как абцисса точки M_1 равна 2, а абцсса точки M_2 равна 3). Искомая работа будит равно

A=∫_2^3▒ 〖(x+1+x+x+x+1+x+2)dx=∫_2^3▒ 〖(5x+4〗 〗)dx=33/2.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ПОЛЯ В ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ.

Формулой

(1)

можно пользоваться для нахождения потенциальной функции заданного потенциального поля

Для этого зафиксируем начальную точку и соединим ее с текущей точкой ломаной , звенья которой параллельны координатным осям, а именно , (рис.1.). Тогда формула (2) примет вид

(2)

где координаты текущей точки на звеньях ломаной, вдоль которых ведется интегрирование.

Пример-1. Доказать, что векторное поле является потенциальным, и найти его потенциал.

Решение. 1-й способ. Необходимым и достаточным условием потенциальности поля является равенство нулю . В нашем случае

т.е. поле является потенциальным.

Рис.1. Потенциал этого поля найдем с помощьюформулы (2). За начальную фиксированную точку примем начало координат O(0,0,0). Тогда получим

Итак, , где C- произвольная постоянная.

2-й способ. По определению потенциал есть такая скалярная функция, для которой . Это векторное равенство равносильно трем скалярным равенствам:

, (3)

, (4)

. (5)

Интегрируя (4) по , получим

(6)

где произвольная дифференцируемая функция от и . Дифференцируя по обе части (6) и учитывая (4), получим соотношение для нахождения пока неопределенной функции . Имеем или

или где (7)

Проинтегрировав (8) по , будем иметь

, (8)

где -пока неопределенная функция от .

Подставив (8) в (6), получим

Продифференцировав последнее равенство по и учитывая соотношение (5), получим уравнение для нахождения :

.

Отсюда , так что .

Итак.

3-й способ. По определению полного дифференциала функции имеем.

Поставляя сюда вместо частных производных их выражения из (3), (4), (5), получим

или после несложных преобразований, .

Итак, Отсюда следует, что .

В том случае, когда область Ώ является звездной с центром в начале координат O(0,0,0), потенциал векторного поля в точке можно находить по формуле

(9)

где а точка ,а точка при пробегает отрезок ОМ прямой, проходящей через точки О и М.

Пример 3. Найти потенциал векторного поля. Область Ώ называется звездной относительно точки О, принадлежащей Ώ, если любой луч, выходящий из этой точки пересекает границу этой области не боле чем в одной точке. Например, на плоскости звездными областями будут сама плоскость, параллелограмм, круг; в трехмерном пространстве –само пространство, параллелепипед, шар.

Решение. Легко видеть, что т.е. данное векторное поле потенциально. Это поле определено во всем трехмерном пространстве, которое является звездным с центром в начале координатО(0,0,0), поэтому для нахождения его потенциала воспользуемся формулой (9). Так как в данном случае,

то скалярное произведение векторов и равно

Искомый потенциал.

Итак, .

Литературы:

1. В.И. Смирнов. Курс высшей математики, том II. Издательство «Наука», Главная редакция, физика - математической литературы., Москва. 1974.