

SUG'URTA RISKLARINI TAQQOSLASH. FOYDALILIK FUNKSIYALARI

f.-m. f. n., dotsent ¹Kendjayev R.X.

f.-m. f. n., dotsent ²Sharipova L.D.

assistant ³Hakimova D.A.

assistant ⁴Islomova M.N.

Toshkent davlat Transport universiteti

+998(99) 780 57 07

<https://www.doi.org/10.5281/zenodo.7990663>

ARTICLE INFO

Received: 25th May 2023

Accepted: 30th May 2023

Online: 31th May 2023

KEY WORDS

Option, opsiyon turlari, Yevropa tipidagi opsiyon narxi, Yevropa tipidagi opsiyon modellar, FMLS modeli.

ABSTRACT

Sug'urta risk holatlarini taqqoslash aktuar matematikaning asosiy bo'limlaridan biri hisoblanadi. Bugungi kunda sug'urta kompaniyasining o'z faoliyatini uzoq vaqt davomida samarali olib borishi uchun turli sug'urta risklari natijasida paydo bo'ladigan zararlarni kamaytirishi zarur. Ushbu dissertatsiya ishi sug'urta portfelida mavjud turli sug'urta shartnomalari uchun qurilgan modellar asosida, sug'urta kompaniyasi kasodga uchramasligini ta'minlovchi sug'urta badalini hisoblash usullarini o'rganadi.

Biz risklarni taqqoslash metodlariga to'xtalishdan oldin riskni o'zini qisqacha izohlaymiz; risk deb tasodifiy holatlarda yoki uning ehtimolliklarida mumkin bo'lgan zararlarning qiymatlari majmuiga aytiladi. Risklarning bunaqangi talqin qilinishini matematik tushuncha sifatida va biz qarayotgan masalani o'ziga xos xususiyatlariga bog'liq tarzda, tasodifiy miqdorlar (agar risklarni xarakterlovchi tasodifiy miqdorlar aniqlangan ehtimolliklar fazosi (Ω, F, P) ni yagona deb qarash mumkin bo'lsa) yoki taqsimot funksiyalaridan (agar turli xil ehtimollik fazolarida berilgan tasodifiy miqdorlar bilan risklar ayniy bo'lsa) foydalanishga kelishib olaylik.

Demak, sug'urta risklarni taqqoslash maslasini biz o'z-o'zidan tasodifiy miqdorlar va ularning taqsimotlarini taqqoslash masalasiga keltirishimiz mumkin. Tasodifiy miqdorlarni taqqoslash masalasi kabi taqsimotlarni taqqoslash masalasi prinsipial xususiyatlariga ko'ra, haqiqiy sonlardan farqli o'laroq xuddi tasodifiy miqdorlar va ularning taqsimotlari ham taqqoslanmaydigan bo'lishi mumkin, shu sababli ularning funksiyasi qaraladi (taqsimot funksiyasi mumkin bo'lgan zararining qiymati ma'nosiga ega bo'lib, u haqiqiy argumentning funksiyasi, tasodifiy miqdor esa funksiyaning elementar natijasidir). Tasodifiy miqdorlarni va ularga mos ehtimollik taqsimotlarini taqqoslash nazariyasini taqdim etilishi risklarni taqqoslash uchun vositadir. Maqolada yana bir tushuncha o'rganilgan bo'lib, bu foydalilik tushunchasidir.

Foydalilik tushunchasi risk holatlarni tahlil qilish jarayonida yuzaga keladi. Agar tasodifiy bo'lmagan x daromadga $U(x)$ soni mos qo'yilgan bo'lib, $U(\cdot)$ ni x daromadga ega



bo'lgan shaxsning bu daromadning "foydalilik" miqdori deb tushunilsa, $U(\cdot)$ ni daromadlar to'plami $\{x, y, \dots\}$ da aniqlangan foydalilik funksiyasi sifatida qabul qilish mumkin.

Foydalilik funksiyasi qanday bo'lishligi haqida quyidagilarni aytish mumkin:

- 1) Juda katta bo'lmagan daromadlar (risklar) uchun $U(\cdot)$ funksiya deyarli chiziqli bo'ladi.
- 2) Katta daromadlar oraliqlarida bu funksiya keskin tez o'zgarmaydi, ya'ni "to'yinish effekti" kuzatiladi.
- 3) Katta talofatlar oraliqlarida bu funksiyani absolyut miqdori keskin "o'sishi", keyin esa deyarli o'zgarmas funksiyaga yaqin bo'lishi kuzatiladi.

Foydalilik funksiyasiga qo'shimcha shartlar qo'yilsa, sug'urta faoliyatida qatnashadigan shaxslarni riskga "moyillik" darajasini aniqlash mumkin. Masalan, sug'urta kapitali orttirmasini qanday o'zgarishi qiziqtirmaydigan shaxslarda riskga "moyillik" kamroq bo'ladi.

Sug'urtalashda mijoz tamonidan va sug'urta kompaniyasi tomonidan sug'urtalash modellari orasida farqlari va ularning qaysi sharti birgalikda bajarilsa, har ikkalasi uchun ham foydali bo'lishi mumkin. Bundan tashqari, sug'urtalashda foydalilik funksiyasining emperik aniqlanishi juda zarur hisoblanadi.

Ma'lumki, hozirgi davrda har bitta sug'urta kompaniyasi uchun uning kelajakdagi faoliyati qanaqa bo'lishi katta ahamiyatga ega. Bunda bosh menejerlar uchun asosiy bosh og'riq bu sug'urta kompaniyasini barqaror faoliyatini ta'minlashdir. Ya'ni ular o'z kompaniyalarini kasodga uchrash ehtimolini mumkin qadar kamaytirishi lozim va buning uchun qaysidir ma'noda model qurish talab qilinadi. Bundan tashqari yangi sug'urta bozoriga kirib kelayotgan kompaniya qancha boshlang'ich kapitalga ega bo'lishi kerakligi juda muhim hisoblanadi.

Ushbu maqolada asosiy umumiy sug'urtada risklarni modellashtirishning ba'zi yondashuvlarini ko'rib chiqildi. Zararning yuzaga kelishi da'vo uchun zaruriy shartdir. Agar da'vo taxmin qilingan sug'urta mukofotidan kattaroq bo'lsa, sug'urtalovchi yutqazib qo'yishi mumkin. Ushbu yutqazilgan pul miqdori stoxastik xususiyatga ega va holatlarga qarab turli qiymatlarni qabul qilishi mumkin. Nazariy jihatdan, tasodifiy o'zgaruvchi sifatida aniqlangan zararni tasodifiy miqdorning standart og'ishi bilan baholanadi. Quyidagi shartlar bajarilsa sug'urta riskini modellashtirish mumkin bo'ladi.

- zararni tasodifiy o'zgaruvchi sifatida qaralishi lozim, ya'ni dastlab noma'lum bo'lgan tasodifiy qiymatlarni qabul qilishi mumkin;
- zarar bilan bog'liq holatlarni sabablari aniqlanishi kerak;
- riskka juda ko'p ta'sir qilmasligi kerak;
- mukofot risk bahosi va sug'urta bozoriga mos kelishi kerak.

Muayyan davr uchun to'lovga qobiliyatsizligi xavfini kamaytirish uchun sug'urtalovchi quyidagi usullardan ba'zilarini qo'llashi mumkin:

1. Sug'urta kapitalini ko'paytirish.
2. Shaxsiy daromadni oshirish.
3. Ruxsat etilgan risk darajasini maksimumini cheklash.
4. Individual risklarni cheklash (qayta sug'urtalash bilan).
5. Risklar sonini ko'paytirish (ma'lum darajadan yuqori, bu individual foydaga bog'liq).
6. Xatarlar o'rtasidagi bog'liqlikni cheklash.



Faraz qilamiz, U - sug'urta portfelining boshlang'ich qiymati, X_i - mijozlarning bog'liqsiz, bir xil taqsimlangan sug'urta badallarining miqdori ($i = \overline{1, N}$) bo'lsin.

$$E(X_1) = m, E(X_1^2) = \alpha_2$$

Bu yerda N - matematik kutilmasi n bo'lgan Puasson taqsimlangan tasodifiy son.

Shuningdek, P - yil boshida qabul qilingan umumiy sug'urta mukofatini va

$$C = X_1 + X_2 + \dots + X_N$$

- sug'urta badalining jami miqdori bo'lsin.

Yuqoridagi belgilashlardan quyidagi kelib chiqadi.

$$E(C) = nm$$

Puasson taqsimlangan tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmasi va dispersiyasi tengligidan foydalanib quyidagi natijani olamiz:

$$D(C) = E(N)D(X_i) + D(N)[E(X_i)]^2 = nE(X_i^2) = n\alpha_2$$

Ushbu portfelning mukofat riski matematik kutilma $E(C) = nm$ ga teng va mukofat riski uchun quyidagicha ifodani olish mumkin:

$$P = (1 + \lambda)nm$$

Bu yerda $\lambda > 0$ zaruriy xavfsiz yuklama. Amaliyotda, bu aksiyadorlarning qaytib kelishini ta'minlaydigan, odatda sof sug'urta puli miqdorining foizi sifatida ifodalanadigan va yutuqli aksiyalar uchun mo'ljallangan qiymatdir.

Shunday qilib, sug'urta badalining sotiladigan narxi quyidagicha:

$$U + (1 + \lambda)nm$$

va sug'urtalovchi yil oxirida bankrotlik holatiga tushishi mumkin, agar quyidagi tengsizlik bajarilsa:

$$U + (1 + \lambda)nm - C \leq 0$$

Boshqa tamondan, bu eng katta zahira jamg'arilishiga mutonasib emas. Asosiy muammo bu - to'lov qobiliyatsizligi ehtimolligini minimallashtirish, ya'ni

$$P\{U + (1 + \lambda)nm - C < 0\} \leq \varepsilon$$

Bu yerda, ε - to'lov qobiliyatsizligi uchun mumkin bo'lgan eng katta ehtimollik. Ushbu tengsizlikni quyidagicha o'zgartirishimiz mumkin:

$$P\{C > U + (1 + \lambda)nm\} \leq \varepsilon$$

Endi quyidagi standart ko'rinishga keltiramiz:

$$P\left\{\frac{C - nm}{\sqrt{n\alpha_2}} > \frac{U + \lambda nm}{\sqrt{n\alpha_2}}\right\} \leq \varepsilon$$

Agar sug'urta portfeli yetarlicha katta bo'lsa, C ning taqsimoti Normal taqsimot qonuniga yaqinlashadi. Ya'ni



$$P\left(\frac{C - nm}{\sqrt{n\alpha_2}} > z_\varepsilon\right) \approx 1 - \Phi(z_\varepsilon)$$

bu yerda

$$z_\varepsilon \leq \frac{U + \lambda nm}{\sqrt{n\alpha_2}}$$

yordamida belgilab, $\Phi(x_\varepsilon) = 1 - \varepsilon$ ekanligini ta'minlaymiz.

Endi quyidagini yozib olamiz:

$$U \geq z_\varepsilon \sqrt{n\alpha_2} - \lambda nm \quad (1)$$

Agar biz sug'urta badali miqdori uchun Normalning quvvatini o'zgartirishdan foydalangan holda va Kornish-Fisher tarqalishining birinchi qoidasidan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x_\varepsilon = z_\varepsilon + \frac{\gamma(z_\varepsilon^2 - 1)}{6},$$

bu yerda, γ - yuqorida ko'rilgan taqsimotning assimetriya koeffitsiyenti. Bundan erkin zahiralar uchun quyidagiga egamiz:

$$U = (x_\varepsilon + \frac{\gamma(x_\varepsilon^2 - 1)}{6})\sqrt{n\alpha_2} - \lambda nm$$

Biz (1) va $U(x_2) = (1 - p_1)(1 - p_2)$ formulalardan sug'urtalovchi to'lov qobiliyatsizligi ehtimolligi berilgan ε dan kichik bo'lgan zarur xavfsizlik zahirasi ega bo'lishimiz mumkin. Masalan: Faraz qilaylik, biz intervallarda berilgan jami 10000 ta sug'urta davolarining yillik o'rtacha qiymatini va har bitta interval nechta sug'urta davosidan tashkil topganini oldindan bilamiz. Ushbu davolarning taqsimoti quyidagi jadvalda berilgan.

Intervallar raqami	Sug'urta to'lovlari intervali	Intervallar o'rtachalari	Har bir intervalga tushish ehtimolligi
	So'm	X_i	p_i
1	0-1 000 000	29 732,85	0.9249
2	1 000 000-2 500 000	1 552 034	0.0277
3	2 500 000-5 000 000	3 621 627	0.0083
4	5 000 000-10 000 000	7 302 329	0.0052
5	10 000 000-25 000 000	14 684 750	0.0073
6	25 000 000-50 000 000	35 935 608	0.0081
7	50 000 000-100 000 000	69 703 988	0.0056
8	100 000 000-250 000 000	154 751 399	0.006
9	250 000 000-500 000 000	347 203 634	0.0023
10	500 000 000-1 000 000 000	664 508 359	0.0019
11	1 000 000 000 dan yuqori	2 689 176 427	0.0027
Jami:		111 775 567 126	1



Yuqoridagi taqsimotning dastlabki uchta moment quyidagi qiymatlarga ega ekanligini hisoblaymiz:

$$\alpha_1 = \sum_{i=1}^{11} X_i \frac{p_i}{100} = 11177561$$

$$\alpha_2 = \sum_{i=1}^{11} X_i^2 \frac{p_i}{100} = 2.083 \cdot 10^{16}$$

$$\alpha_3 = \sum_{i=1}^{11} X_i^3 \frac{p_i}{100} = 5.319 \cdot 10^{25}$$

Bizga yaxshi ma'lumki, davolarning soni umumiy holda Puasson taqsimotiga bo'ysinadi. Bu qoidadan esa biz umumiy davolar miqdori taqsimoti uchun quyidagi dastlabki uchta momentga ega bo'lamiz:

$$\mu_1 = n\alpha_1 = 1,11776 \cdot 10^{11}$$

$$\mu_2 = n\alpha_2 = 2.083 \cdot 10^{20}$$

$$\mu_3 = n\alpha_3 = 5.319 \cdot 10^{29}$$

va assimmetriya koeffitsiyenti

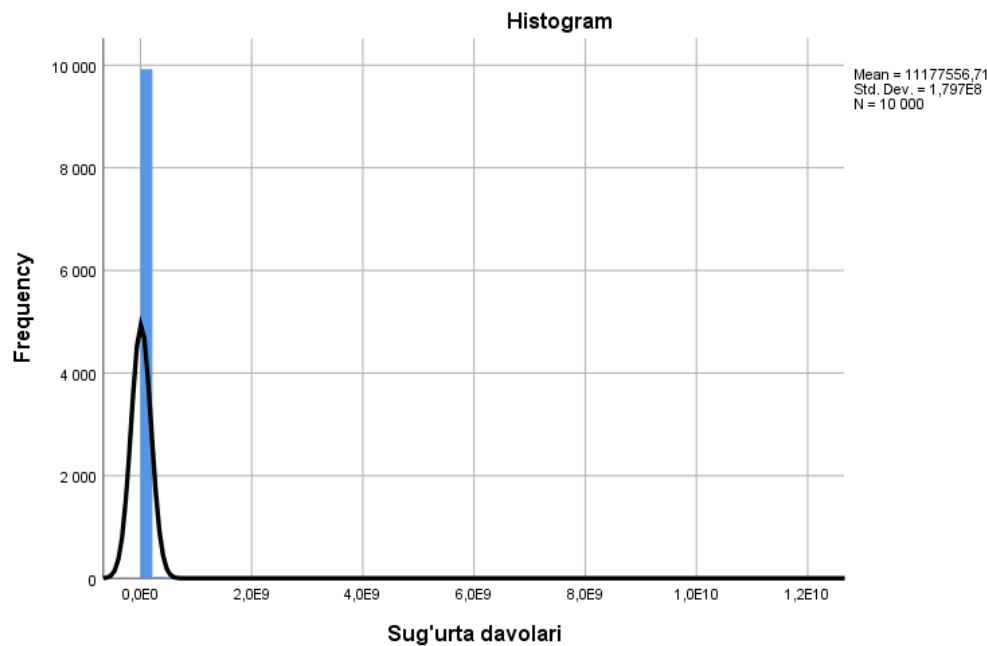
$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}} = 0,1769759$$

ga ega bo'lamiz.

Bitta tanlama uchun Kolmogorov-Smirnov Testi		
		Sug'urta davolari
N		10000
Normal parametrlari ^{a,b}	O'rtacha	11177556,71
	Standart chetlashish	179691003,336
Statistik qiymat		,475
Ikki yoqlama test asimptotikasi		,000 ^c

Miqdoriy Statistika					
	N	O'rtacha	Standart chetlashish	Min.	Max.
Sug'urta davolari	10000	11177556,71	179691003,336	0	11121108909

SPSS da qilingan statistik tahlildan ko'rishimiz mumkinki, tanlanma uchun qilingan Kolmogorov-Smirnov testidan uning Normal taqsimotga ega ekanligini xulosa qilolamiz. Buni visual ko'rishimiz uchun quyidagi grafik keltirildi.



Agar biz to'lov qobiliyatsizligini 1 % ($\varepsilon = 0.01$) deb oladigan bo'lsak, standart normal taqsimot jadvalidan $z_{0.01} = 2,33$ ekanligini kelib chiqadi. λ -xavfsizlik yuklamasi bizning misolimiz uchun 19 % ni tashkil qiladi. $U(x_2) = (1 - p_1)(1 - p_2)$ formuladan

$$U = (z_{\varepsilon} + \frac{\gamma(z_{\varepsilon}^2 - 1)}{6})\sqrt{n\alpha_2} - \lambda nm = (2,33 + \frac{0.1769759(2.33^2 - 1)}{6})\sqrt{2,083 \cdot 10^{20}} - 0.19 \cdot 1,11776 \cdot 10^{11} = 14\,271\,856\,055$$

miqdorga ega bo'lamiz. Aniqroq aytadigan bo'lsak, yil boshida balansida 14 271 856 055 so'm bo'lgan sug'urta kompaniyasi yuqoridagi kabi sug'urta davolarini qanoatlantirgan taqdirda yil oxiriga kelib kasodga uchrash ehtimoli 1% bo'ladi. Demak, yil boshida U-boshlang'ich kapitalga ega ixtiyoriy sug'urta kompaniyasi yuqorida jadvalda berilgan taqsimotga yaqin sug'urta shartnomalarini tuzishi kutilayotgan bo'lsa, yil oxiriga kelib 99 % ishonchlilik bilan ushbu kompaniyaning kasodga uchramasligini bashorat qilish mumkin bo'ladi.

Xulosa

Barcha sug'urta kompaniyalarida asosiy qiyinchiliklardan biri bu sug'urta kompaniyasining kelajagini to'g'ri baholash hisoblanadi. Agar bashorat qilishda to'g'ri yondashilsa, sug'urta kompaniyasi uzoq vaqt samarali faoliyat olib boradi. Ushbu maqolada ushbu jihatlariga qaratilgan modellar hayotiy masalalar tadbiri o'rganilib, bu bitta sug'urta kompaniyasi misolida ko'rildi.

References:

1. Formanov Sh.Q. Aktuar matematika. Darslik. Toshkent, "Universitet", 2018, 268 bet.
2. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2011, 619 стр.



3. Rotar V.I. Actuarial models. The Mathematics and insurance. Chapman&Hall/CRC-London, New York, 2007, 627 pp.
4. Formanov Sh.Q. Ehtimolliklar nazariyasi. Darslik. Toshkent, "Universitet", 2014, 268 bet.
5. Булинская Е. В. Теория риска и перестрахование. Часть I. Упорядочивание рисков. Учебное пособие. М.: Изд-во МГУ, 2001, 127 стр.