



TWO-DIMENSIONAL NON-STATIONARY PROBLEM OF INCIDENCE OF A PLANE STEP COMPRESSION WAVE BY CYLINDRICAL AND SPHERICAL CAVITIES IN THE SOIL

Djalilova Turgunoy Abdujalilovna

Andijan Institute of Mechanical Engineering,

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor.

Khalilov Murodildjon Durbek ogl

Teacher of the Andijan

Institute of Mechanical Engineering.

E-mail: Xalilov.M.1993@mail.ru

<https://doi.org/10.5281/zenodo.14551808>

ARTICLE INFO

Received: 18th December 2024

Accepted: 23th December 2024

Online: 24th December 2024

KEYWORDS

Cylinder, sphere, step, flat step, wave, stationary state, deformation, mechanics, space, compression, velocity, stress.

ABSTRACT

The two-dimensional non-stationary problem of the incidence of a plane step compression wave on cylindrical and spherical cavities in the soil is one of the topical problems in the field of mechanics of deformable solids. The main goal of such studies is to study the propagation of wave processes in soil masses and their interaction with local inhomogeneities, such as cavities or voids.

ДВУМЕРНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА О НАБЕГАНИИ ПЛОСКОЙ СТУПЕНЧАТОЙ ВОЛНЫ СЖАТИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЯМИ В ГРУНТЕ

Джалилова Тургуной Абдужалиловна

Андижанский институт машиностроения,
кандидат физико-математических наук, доцент.

Халилов Муродилжон Дурбек оғли

Преподаватель Андижанского
машиностроительного института.

E-mail: Xalilov.M.1993@mail.ru

<https://doi.org/10.5281/zenodo.14551808>

ARTICLE INFO

Received: 18th December 2024

Accepted: 23th December 2024

Online: 24th December 2024

KEYWORDS

Цилиндр, сфера, ступенька, плоская ступенька, волна, стационар, деформация, механика, пространство, сжатие, скорость, напряжение.

ABSTRACT

Двумерная нестационарная задача о набегании плоской ступенчатой волны сжатия на цилиндрические и сферические полости в грунте является одной из актуальных задач в области механики деформируемого твердого тела. Основной целью таких исследований является изучение распространения волновых процессов в грунтовых массах и их взаимодействия с локальными неоднородностями, такими как полости или пустоты.

Рассматривается двумерная нестационарная задача о набегании плоской интенсивной ступенчатой волны сжатия на цилиндрическую и сферическую полость в



упругопластическом грунте [1]. Процессы дифракции упругих волн на полостях были рассмотрены в работах [2-4]. В данной работе, в отличие от [2-4], задачи дифракции плоским ступенчатой волны на полостях решаются численно с учетом упругопластическим деформаций грунта [1] при выполнении обобщенного условия пластиичности $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)$, где $\varepsilon, \varepsilon_i$ – первый и второй инварианты тензора деформации, σ_i – второй инвариант тензора напряжений. Условие пластиичности $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon_i)$ по схеме Прандля использовано в [4]. При численном решении задача дифракции плоской волны сжатия на жестком подвиде цилиндре в упругопластической среде.

Пусть фронт плоской волны в момент $t = 0$ касается поверхности полости. По заданной интенсивности волны требуется при $t > 0$ определить поля напряжений грунта около полости и движение ее стенок в области дифракции волн. Поскольку задача является двумерной нестационарной, то все последующие рассуждения относятся к плоскости сечения полости, расположенного в плоскости движения падающей плоской волны, и решения задач зависят только от координат r, θ и времени t . В этом случае уравнения движения среды и связи между компонентами деформация и производными от радиального и кольцевого перемещений $u(r, \theta, t), v(r, \theta, t)$ приведены в [1].

Кроме того согласно деформационной теории [1] зависимости между компонентами напряжений и деформаций имеют вид:

$$\sigma_{rr} = \lambda\varepsilon + 2G\varepsilon_{rr}, \dots, \sigma_{r\theta} = 2G\varepsilon_{r\theta}, \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{\sigma(\varepsilon)}{\varepsilon} - \frac{2}{9} \cdot \frac{\sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)}{\varepsilon_i}, G = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)}{\varepsilon_i}, \quad (2)$$

где $\sigma(\varepsilon) = \frac{\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\varphi\varphi}}{3}$ – первый инвариант тензора напряжений.

Для проведения расчетов экспериментальный кривые $\sigma(\varepsilon)$ и $\sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)$, полученные в [2] при трехосном сжатии и разгрузке мелкозернистого песка, разбивались на ряд участков, каждый из которых аппроксимирован интерполяционным полиномом. Конкретные их выражения приведены в [3] и из-за громоздкости они здесь не приводятся.

Начальными условиями задачи являются параметры грунта за фронтом плоской волны, которые считаются заданными функциями времени (см. [4]).

В качестве граничных условий принимаются условия отсутствия нормального и касательного напряжений на границе полости, т.е.

$$\sigma_{rr} = \sigma_{r\theta} = 0 \text{ при } r = r_0. \quad (3)$$

Для решения задач применяется метод конечных разностей [3]. С этой целью исследуемая область с внутренней $r = r_0$ и внешней условной $r = R_1 \approx (5 \div 10) r_0$ границами, представляющая собой прямоугольник $r_0 \leq r \leq R_1, 0 \leq \theta \leq \pi$, покрывается сеткой с размерами по радиусу Δr и углу $\Delta\theta$. Шаг по времени Δt выбирается с учетом выполнения условия устойчивости разностной схемы

$$\frac{a_0 \Delta t}{\Delta r} < \frac{1}{2},$$

где a_0 – скорость распространения упругой волны. В соответствии с методикой [4] для вычисления во внутренних точках области дифракции значений частных



производных по r и θ , участвующих в основных уравнениях задачи, функций используется разностная схема «пространственный крест» с аппроксимацией второго порядка точности.

С целью «размазывания» скачков параметров и «гашения» колебаний предусматривается искусственная вязкость с коэффициентом K_1 и вводится псевдонапряжение вида:

$$\sigma_{rr}^B = \sigma_{\theta\theta}^B = \sigma_{\varphi\varphi}^B = K_1 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right)^2, \quad (4)$$

$$\text{где } K_1 = C_4^2 \cdot p_0 \cdot r \cdot \Delta\theta \cdot \frac{\Delta r}{(1 + \varepsilon)}, \quad C_4 \approx 1,$$

p_0 – начальная плотность, ε – объемная деформация грунта.

Предложенная разностная схема проверялась на задачах о дифракции упругой волны на полостях цилиндрической и сферической формы [2, 3, 4]. Результаты данной работы по величинам напряжений и кинематических параметров упругой среды в области дифракции волн находятся в удовлетворительном соответствии с аналогичными результатами ранее выполненных работ [2, 3, 4].

Конкретные расчеты на ЭВМ проведены для упругопластического грунта [4] в случае, когда на полость воздействует интенсивная плоская волна со ступенчатой нагрузкой

$$\sigma_0(t) = \sigma_0 = 10 \text{ МПа}$$

и размеры расчетной области, ячеек и шага по времени имеют значения:

$$r_0 = 5 \text{ м}, R_1 = 40 \text{ м}, \Delta r = 0,5 \text{ м}, \Delta\theta = \frac{\pi}{30}, \Delta t = 2 \cdot 10^{-5} \text{ сек.} \quad (5)$$

Некоторые результаты этих расчетов представлены на рис. 1-3, причем рис. 1, 2 относятся к сферической, а рис. 3 – к цилиндрической полости.

Из рис. 1-3 видно, что переходной процесс в области дифракции волн в упругопластичечкой среде, в отличие от упругой среды, имеет волнообразный характер и обладает большой длительностью. Эти обстоятельства обусловлены влиянием волны разгрузки на распределение параметров грунта вокруг полости. Упругопластическое кольцевое напряжение $\sigma_{\theta\theta}$ на сферической полости по максимальным значениям получается при $\theta = 0$ больше, а при $\theta = \frac{\pi}{2}, \pi$ меньше соответствующего упругого напряжения. Причем в интервале времени $0 < t \leq 5 \cdot 10^{-3}$ сек кольцевое напряжение $\sigma_{\theta\theta}$ при упругих и упругопластических деформациях среды не меняет знак и является сжимающим.

Если функция объемного сжатия грунта $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ является линейной функцией деформации ε , т.е. грунт по объемному сжатию является упругой и по формоизменению $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)$ – упругопластической средой, то амплитуда кольцевого напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ в лобовой точке $\theta = 0$ находится между значениями $\sigma_{\theta\theta}$, вычисленными для упругой и упругопластической как по $\sigma(\varepsilon)$ так и по $\sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)$ сред, а при $\theta = \frac{\pi}{2}$ и $\theta = \pi$ является наименьшей Кривый радиальной $\dot{\nu}$ и тангенциальной $\dot{\nu}$. Скорости упругопластического грунта на сферической полости соответственно при $\theta = 0$ ($\frac{\pi}{2}, \pi$) и при $\theta = \frac{\pi}{2}$ по абсолютной величине расположены ниже (выше), чем



соответствующие кривые скорости для упругой среды. Кроме того следует заметить, что параметры сферической полости $\sigma_{\theta\theta}$ и \dot{v} в точке $\theta = \frac{\pi}{2}$ выходят к статическим значениям для упругой (пластической по формоизменению) среды в момент времени, когда плоская волна прошла расстояние, равное 4 радиусам (6 радиусам) сферической каверны. В этих случаях величина \dot{v} при $\theta = \frac{\pi}{2}$ становится равной величине скорости грунта в падающей волне, а асимптотики $\sigma_{\theta\theta}$ имеют значения $|\sigma_{\theta\theta}| = 17$ и $7,4$ Мпа. В рассматриваемом интервале времени переходной процесс в упругопластической задаче еще продолжается и асимптотические значения ее параметров наступают несколько позже.

Сопоставление результатов расчета задач о набегании плоской ступенчатой волны на сферическую и цилиндрическую полость в грунте показывает, что напряжение $\sigma_{\theta\theta}$ и скорости \dot{v} , \dot{u} грунта на границе сферической полости имеют наибольшие значения, чем на границе цилиндрической полости. Следовательно «концентрация» напряжений на сферической полости сравнительно высока. Однако величины $\sigma_{\theta\theta}$ вокруг сферической полости в зависимости от расстояния R , начиная с границы полости, затухают сильнее, чем величины $\sigma_{\theta\theta}$ вокруг цилиндрической полости. Изучая поведение кривых $\sigma_{\theta\theta}$ при $r = r_0$ в зависимости от угла θ и по максимальным величинам следует подчеркнуть, что учет необратимых свойств грунта приводит к существенному изменению распределения напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ на границах сферической и цилиндрической полости.

References:

1. H. A. Rahmatulin. Fundamentals of gas dynamics of interpenetrating movements of a compressed medium. Pmm, 20, no.2, 1956.
2. N. A. Mamadaliyev. About the movement of bodies at a speed higher than sound in a two-component environment. Izv. Academy of Sciences of the uzssr, a number of technologies. Sciences, 1966 No. 1.
3. R. I. Nigmatulin. The degree of hydromechanics and compression waves in a two-speed and two-temperature constant medium in the presence of phase changes. Izv 1967 No. 5.
4. T. A. Djalilova. Rapid leakage of a thin wedge and cone sound with a gas flow with particles, taking into account heat exchange and particle reflection. Academician of Sciences of Izvestia SSR, series of technical sciences, 1976, No. 3, article.
5. T. A. Djalilova. Dissertation on the topic:"the study of the flow of flat and excimetric bodies with a gas flow with solid particles, taking into account the heat exchange between phases and the reflection of particles from the solid surface." 01.02.02-fluid, gas and plasma mechanics. 24. 10. 1978 year.
6. T. A. Djalilova, G. Sh. Komolova, M. D. Khalilov. On the distribution of the spherical wave V. innovative, educational, natural and Social Sciences. 87-92 page 16. 03. 2022 year.
7. Ergashev Sultonmurod, K. B. (2021/12). Differensial tenglamalarni mehanika va fizikaning ba`zi masalalarini yechishga tadbirlari. Наманган мұхандислар технология институты илмий-техника журнали, 430-433.



8. Durbek o'g'li, X. M., & Komiljon o'g'li, K. B. (2022). Differensial tenglamaga olib keluvchi ba'zi masalalar. *Barqarorlik va yetakchi tadqiqotlar onlayn ilmiy jurnali*, 15-19.
9. Durbek o'g'li, X. M., & Tulqinovna, S. M. (2023/1/1). Oddiy differensial tenglamalarni mehanika va fizikaning bazi masalalarini yechishga tadbiqlari. *Новости образования: исследование в XXI веке* (стр. 763-773). Rossiya: Международный научный журнал .
10. Komiljonov Boburjon, X. M. (2021/4/9). O'quvchilarda funksiya tushunchasini shakllantirish. *Matematikani iqtisodiy-texnik masalalarga tadbiqlari va o'qitish muammolari*, (стр. 297-303). Узбекистан.
11. Tillayev Donyorbek, X. M. (2021/11/15). Fazoda urinma akslantirish va uning formalizmga bog'liqligi. *Uzacademia ilmiy-uslubiy jurnali*, 86-92.
12. Xalilov Murodiljon, Tillayev Donyorbek Experience in Using the relationship between mathematics and physics in shaping the concept of limit // Analytical journal of education and development 2021 yil, 212-215 b..
13. Xalilov M., Komolova G., Komiljonov B. Solve some chemical reactions using equations // European Journal of Business Startups and Open Society. Vol. 2 No. 1 (2022): EJBSOS ISSN: 2795-9228. 45-48 p.
14. М. Д. Халилов, Б. К. Комилжонов. Differensial tenglamaga olib keluvchi ba'zi masalalar. *Journal of Advanced Research and Stability* ISSN: 2181-2608 15-19 b.
15. M.D. Xalilov, B.K. Komiljonov, G.Sh. Komolova. Garmonik skalyar tebranishlarning kompleks va vektor ifodalanishi. *Miasto Przyszłości*. ISSN-L:2544- 980X. Table of Content - Volume 24 (Jun 2022).
16. Джалилова, Т. А., Комолова, Г. Ш. К., & Халилов, М. Д. У. (2022). О распространении сферической волны в нелинейно-сжимаемой и упругопластической средах. *Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences*, 2(3), 87-92..
17. Комолова, Г., & Халилов, М. Stages of drawing up a mathematical model of the economic issue. *Journal of ethics and diversity in international communication. Испания-2022*, 60, 45-48.
18. Murodiljon, K., & Donyorbek, T. (2021). Experience In Using The Relationship Between Mathematics And Physics In Shaping The Concept Of Limit. *Ta'lim va rivojlanish tahlili onlayn ilmiy jurnali*, 1(6), 212-215.
19. Дурбекович, М. X., & Жавлонбек, И. Р. (2023, January). Об особых точках решений многомерной системы в комплексной области. In "canada" international conference on developments in education, sciencesand humanities (vol. 9, no. 1).
20. Xalilov, M. D., Komiljonov, B. K., & Komolova, G. S. (2022). Complex and vector expression of harmonic scalar vibrations. *Miasto Przyszłości*, 24, 341-344.
21. Komolova, G., Xalilov, M., & Komiljonov, B. Tenglamalar yordamida ba'zi kimyoviy reaksiyalarni yechish. *Yevropa biznes startaplari va ochiq jamiyat jurnali.-2022.-2-jild.-Yo'q*, 1.
22. Djalilova, T., Komolova, G., & Xalilov, M. (2022). О распространении сферической волны в нелинейно-сжимаемой и упругопластической средах. *Oriental Renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences jurnali*, 2181-1784.
23. Komolova, G. (2022). Stages of drawing up a mathematical model of the economic issue. *journal of ethics and diversity in international communication*, 1(8), 76-79.



24. Комолова, Г. ХМ (2022.). Комолова Гулхаё, Халилов Муродил, Комилжоноа Бобур, "Solve some chemical reactions using equations". *EUROPEAN JOURNAL OF BUSINESS STARTUPS AND OPEN SOCIETY*, 2(1), 45-48.
25. Акбарова, С. Х., & Халилов, М. Д. (2019). О краевой задаче для смешанно-параболического уравнения. In *Andijan State University named after ZM Babur Institute of Mathematics of Uzbekistan Academy of Science National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek Scientific Conference* (pp. 88-89).
26. Акбарова, С. Х., Акбарова, М. Х., & Халилов, М. Д. (2019). О разрешимости нелокальной краевой задачи для смешанно-параболического уравнения. *International scientific journal «global science and innovations*, 130-131.