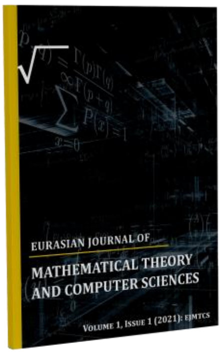
EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.3 | SJIF = 5.916 www.in-academy.uz



МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ НА ОСНОВЕ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В АКАДЕМИЧЕСКИХ ЛИЦЕЯХ

Тураева Л.Ю.
Главный преподаватель по физике Ташкентского военно-академического лицея “Темурбеклар мактаби”
https://doi.org/10.5281/zenodo.7188217

ARTICLE INFO

Received: 01st October 2022
Accepted: 05th October 2022
Online: 10th October 2022

KEY WORDS

преподавание физики, методология, моделирование, законы сохранения

ABSTRACT

В данной статье освещен закон сохранения в физике в академических лицеях на основе современных информационных технологий, с научно обоснованными формулами и рисунками.

Закон сохранения и превращения энергии является всеобщим законом природы. Поэтому при изучении курса физики, базирующегося на знаниях учеников из школьного курса физики, важно углубить и обобщить знания учеников об энергии и законе сохранения и превращения энергии, полученные в школьном курсе физики и применить их для объяснения процессов, происходящих в природе.

Актуальность статьи основ изучения закона сохранения и превращения энергии обусловлена важностью определения значения и места изучения закона сохранения и превращения энергии в курсе физики с целью обеспечения высокого уровня его усвоения и выработки у учеников умений применять закон к объяснению и предсказанию явлений, наблюдаемых в природе, в решении задач практического характера

Законы сохранения является частью раздела динамики, в котором изучаются условия сохранения и жизненные процессы сохраняющихся механических величин. В природе накопленные величины являются кубическими, и в этой статьи мы сосредоточимся на накопленных механических величинах, таких как масса, импульс и энергия. При освоении этих величин мы вновь знакомимся с такими терминами, как импульс силы, механическая работа, кинетическая и потенциальная энергия, коэффициент полезного действия и мощность.

Закон сохранения энергии:

Часто взаимодействующие друг с другом тела обладают одновременно и потенциальной, и кинетической энергией. Потому что, когда тела взаимодействуют, возникает движение. Обычно сумма кинетической и потенциальной энергий системы тел называется полной механической энергией и имеет вид:

$$\boxed{W_{общ} = W_k + W_П}$$

Поскольку движение и расположение тел в замкнутой системе изменяются относительно друг друга, кинетическая и потенциальная энергия также изменяются. Однако полная механическая энергия, состоящая из их суммы, остается неизменной.

Например, поскольку спутник Земли движется, он будет иметь кинетическую энергию, а “спутник ─ Земля” будет иметь потенциальную энергию взаимодействия. Точно так же спортсмен, прыгающий с какой-либо высоты, снова достигает этой высоты благодаря силе натяжения резиновой веревки, прикрепленной к его ноге. Сползая с горки, спортсмен получает движение в обмен на потенциальную энергию. Потенциальная энергия натянутой дуговой дуги преобразуется в кинетическую энергию копья.

Таким образом, в механике закон вращения и сохранения энергии определяется как:

Полная механическая энергия тел в замкнутой системе никогда не исчезает и не появляется. Она остается только неизменным, переходя из одного вида в другой или передаваясь от одного тела к другому.

Сколько бы раз ни изменялась кинетическая и потенциальная энергия тела в замкнутой системе, все равно их сумма остается равной полной механической энергии. Математическое выражение закона вращения и сохранения энергии можно записать в виде:

$$\boxed{W_{общ} = W_{k.1} + W_{П.1} = W_{k.2} + W_{П.2} = \ldots = W_{k.N} + W_{П.N} = const}$$

Приведенная выше формула означает, что полная механическая энергия одного и того же тела сохраняется в разных состояниях. Если замкнутая система 1,2,3,4,...если состоит из n точек, то сумма полных механических энергий каждой точки дает полную механическую энергию замкнутой системы.

$$\boxed{W_{общ.сист} = W_{общ.1} + W_{общ.2} + \ldots + W_{общ.n} = \left(W_{k.1} + W_{П.1}\right) + \left(W_{k.2} + W_{П.2}\right) + \ldots + \left(W_{k.n} + W_{П.n}\right) = \sum_{i}^{n}\left(W_{k.i} + W_{П.i}\right)}$$

Когда тело переходит из одного состояния в другое, кинетическая энергия превращается в потенциальную энергию, или потенциальная энергия превращается в кинетическую энергию, но полная энергия, состоящая из суммы этих энергий, остается неизменной. Чтобы лучше запомнить это, давайте приведем следующий пример: в нашем распоряжении будет два стакана, на одном из которых будет написано “потенциальный”, а на другом - “кинетический”. Пусть стакан будет наполнен водой, на котором изначально написано “потенциал". Мы поднимаем эту миску и начинаем медленно наливать воду в стакан с надписью “кинетический”, не выливая ее наружу. Через некоторое время вся вода будет налита в стакан с надписью “кинетический”. Теперь мы возвращаем воду из стакана с надписью “кинетический” в стакан с надписью “потенциальный”. В какой-то момент снова вся вода переходит в стакан с надписью “потенциал”. Повторяем этот процесс несколько раз. В произвольный момент времени от начала и до конца нашего эксперимента сумма вод в двух стаканах остается неизменной, как и в самом начале. Вода, буд то в этом стакане или в том стакане, все равно в общей емкости будет неизменной. Точно так же, энергия, будто в кинетической или потенциальной форме, их сумма остается неизменной в произвольный момент времени (за исключением сил трения и сопротивления).

Без учета трения и сопротивления среды сохраняется полная механическая энергия. Мы видим это на примере колеблющейся пружины и свободно падающего тела.

Закон сохранения энергии для колебательной пружины:

Колебательное движение возникает при отпускании шара массой m из положения равновесия, подвешенной на пружине, имеющей кривизну *k* (на колебательном движении подробно остановимся в главе 6 учебника). При перемещении пружины из нейтрального положения на максимальное расстояние $x_m=A$ воздушный шар имеет максимальную потенциальную энергию, другими словами, полная энергия — это только потенциальная энергия. По мере выпуска шара его скорость увеличивается, его кинетическая энергия увеличивается, а его потенциальная энергия уменьшается. Другими словами, воздушный шар ускоряется и придает ему кинетическую энергию, воздействуя на запасенную в нем потенциальную энергию. В момент равновесия потенциальная энергия равна нулю, а кинетическая энергия максимальна. Однако по инерции шар проходит положение равновесия и останавливается на противоположном расстоянии $x_m=A$. При этом воздушный шар противодействует своей упругой силе за счет накопленной кинетической энергии. Таким образом, потенциальная и кинетическая энергии периодически (дважды за одно колебание) колеблются друг вокруг друга. Без учета трения сумма кинетической и потенциальной энергий шара не меняется ни в один момент времени, и эта сумма дает полную энергию.

Закон сохранения энергии для колебательной пружины имеет следующий вид:

$$\boxed{W_{общ} = W_k + W_П = W_{k.\max} = W_{П.\max}} \quad \text{или} \quad \boxed{\frac{m\vartheta^2_{\max}}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{kx^2}{2}}$$

Используя закон сохранения энергии, можно определить максимальную скорость шара при переходе из состояния равновесия. При удалении от равновесного $x_m=A$ состояния шарик получает максимальную потенциаль-ную энергию $W_{П.\max} = \frac{kA^2}{2}$. При переходе из равновесного состояния, вся эта энергия $W_{k\max} = \frac{m\vartheta^2}{2}$ превращается в максимальную кинетическую энергию. Поэтому:

$$W_{p\max} = W_{k\max}\,, \quad \rightarrow \quad \frac{kA^2}{2} = \frac{m\vartheta^2_{\max}}{2}\,, \quad \rightarrow \quad \vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}}\,A$$

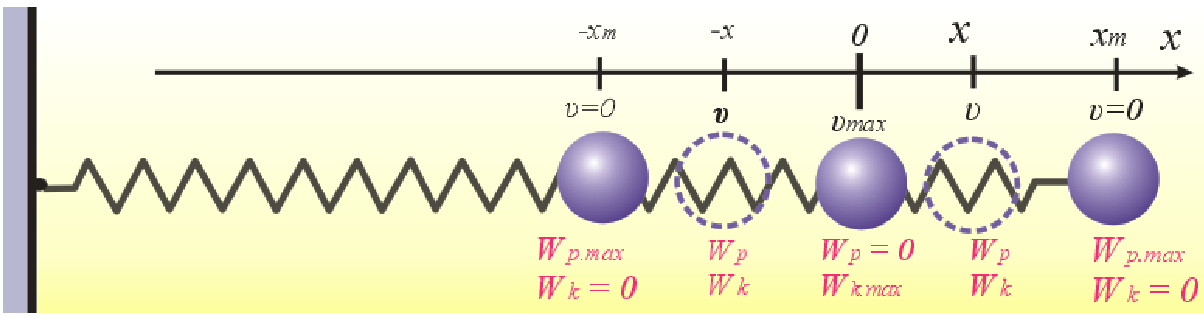


Рис 1.

Следовательно, тело, выброшенное из равновесного состояния, в момент перехода из равновесного состояния приобретает следующую скорость:

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}}A}$$

Теперь определим точку, в которой кинетическая и потенциальная энергия шара равны, и скорость в этой точке. При удалении $x_m=A$ от равновесного состояния шар приобретает энергию $W_{П.\max} = \frac{kA^2}{2}$. То есть, когда кинетическая и потенциальная энергия равна $W_{П\max} = W_p + W_k = 2W_p$ и так $\frac{kA^2}{2} = 2\frac{kx^2}{2}$. Из этого следует, что $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$. Находим скорость вращения шара за это время. То есть, исходя из закона сохранения энергии $W_{П\max} = W_П + W_k = 2W_П$ и так $\frac{kA^2}{2} = 2\frac{m\vartheta^2}{2}$. Из этого следует $\vartheta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{k}{m}}A = \frac{\vartheta_{\max}}{\sqrt{2}}$.

Следовательно, состояние шара, когда потенциальная и кинетическая энергия шара равно $\left(W_П = W_k\right)$, а скорость шара равна:

$$\boxed{x = \frac{A}{\sqrt{2}}, \qquad \vartheta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{k}{m}}A = \frac{\vartheta_{\max}}{\sqrt{2}}}$$

С помощью закона сохранения энергии можно вывести еще много частных формул для шара, закрепленной на пружине. Например, если потенциальная энергия шара в 2 раза больше или в 3 раза меньше кинетической энергии, то можно сформулировать формулу для определения скорости сферы в данной ситуации и т.д.

Закон сохранения энергии для свободно падающего тела (при малых высот)

Берем шарик массой *m* и поднимаем его на какую-то высоту h_{max}. В этом случае шарик $W_{П.max} = mgh_{max}$ будет иметь максимальную потенциальную энергию, другими словами, полная энергия будет составлять только потенциальную энергию. По мере того, как шарик приближается к Земле после освобождения, его скорость, следовательно, кинетическая энергия увеличивается, а потенциальная энергия уменьшается. Другими словами, когда шарик выпущен за счет накопленной в нем потенциальной энергии, ускорение шарика придает ему кинетическую энергию. В момент касания земли потенциальная энергия равна нулю, а кинетическая-максимуму. Полная механическая энергия в момент удара составляет только кинетическую энергию. Если при ударе, поверхность абсолютно упругая, то шарик с той же скоростью возвращается к вершине и, замедляясь, достигает прежней высоты. Когда шарик падает, потенциальная энергия превращается в кинетическую энергию, а когда поднимается, кинетическая энергия превращается в потенциальную энергию. Взлеты и падения шара могут продолжаться бесконечно, если не учитывать силы сопротивления воздуха. При этом потенциальная и кинетическая энергии циклически превращаются друг в друга (рис 2).

Для свободно падающего тела закон сохранения энергии будет следующим:

EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.3 | SJIF = 5.916
www.in-academy.uz

$$\boxed{W_{общ} = W_{П.\max} = W_{П} + W_{k} = W_{k.\max}}$$ или $$\boxed{mgh_{\max} = mgh + m\frac{\vartheta^2}{2} = m\frac{\vartheta^2_{\max}}{2}}$$

Давайте перепроверим несколько формул, с которыми мы познакомились в кинематике, используя закон сохранения энергии.

Давайте проверим, с какой скоростью тело ударяется о Землю, если его свободно уронить с высоты. Когда сфера находится на вершине, полная механическая энергия находится только в потенциальной форме, а в момент удара о землю - только в кинетической форме, т. е. они равны между собой $W_{П.\max} = W_{k\max}$. Из этого следует.

$$m\,g\,h_{\max} = \frac{m\vartheta^2_{\max}}{2}\,, \quad \rightarrow \quad \vartheta_{\max} = \sqrt{2\,g\,h_{\max}}$$

Отсюда следует, что $h_{\max}$ – это скорость, с которой тело, выпущенный с высоты, ударяется о землю (рис. 27.3).:

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{2\,g\,h_{\max}}}$$

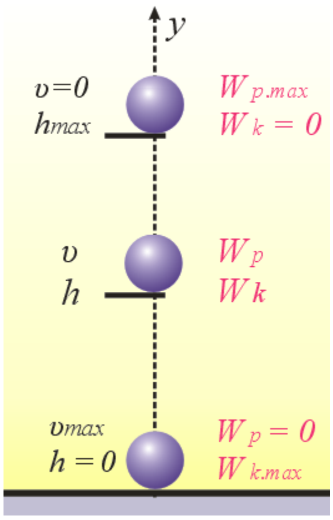


Рис 2.

Давайте проверим, с какой скоростью тело упадет на землю, если его сбить с высоты с начальной скоростью. Полная механическая энергия, когда шарик находится на вершине, находится в форме потенциальной и кинетической энергий, а в момент удара сферы о землю - только в форме кинетической энергии, и они равны между собой, т. е. $W_k + W_p = W_{k\max}$. Кроме того:

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} + m\,g\,h = \frac{m\vartheta^2_{\max}}{2}\,, \quad \rightarrow \quad \vartheta_{\max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2\,g\,h}$$

Следовательно, скорость, с которой тело, брошенный с высоты h с начальной скоростью ϑ_0, упадет на Землю, будет равна:

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2\,g\,h}}$$

Давайте проверим, на какую высоту может подняться тело, брошенный вертикально вверх над поверхностью земли. Вся кинетическая энергия, передаваемая шару, превращается в потенциальную энергию т. е. $W_{k\max} = W_{П.\max}$.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} = m\,g\,h_{\max}\,, \quad \rightarrow \quad h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{2\,g}$$

Отсюда и получается следующий результат. Следовательно, высота подъема тела, брошенного с поверхности земли на крутой холм с начальной скоростью ϑ_0, будет равна:

$$\boxed{h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{2\,g}}$$

Теперь давайте проверим, какова скорость тела, брошенного вертикально вверх над поверхностью Земли, на какой-то высоте. Когда шар находится с низу, полная механическая энергия находится только в кинетической форме, а когда она находится на высоте *h*, то есть они равны между собой, как в кинетической, так и в потенциальной форме $W_{k\max} = W_П + W_k$. Из этого следует что: $\frac{m\vartheta_0^2}{2} = mgh + \frac{m\vartheta^2}{2}, \;\rightarrow\; \vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}$.

Следовательно, произвольная скорость тела на высоте *h*, брошенного на крутой холм с начальной скоростью ϑ_0 от поверхности Земли, будет равна:

$$\boxed{\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}$$

С помощью закона сохранения энергии можно вывести еще много частных формул.

Закон сохранения энергии для свободно падающего тела
(при больших высот)

Если тело брошено с гораздо большей высоты, чем поверхность Земли, то есть высота *h~R* на высоте, сравнимой с радиусом Земли, или начальная скорость тела, брошенного над поверхностью Земли, находится на уровне, сравнимом с космической скоростью, то значение ускорения свободного падения также изменяется с изменением высоты во время движения тела. Использование формулы закона сохранения энергии $mgh + \frac{m\vartheta^2}{2}$ в данном случае неуместно. Например, если тело брошено с поверхности Земли с высоты *h=R*, значение ускорения свободного падения на этой высоте будет равно $g_h = \frac{g_0}{4} \approx 2{,}5\ m/s^2$, а при падении на поверхность Земли – $g_0=9{,}81\ м/с^2$. Отсюда следует, что в процессе падения тела с высоты, равной радиусу Земли, значение ускорения увеличивается с $2{,}5\ м/с^2$ до $9{,}81\ м/с^2$. При этом тело не движется равноускоренно, но величина ускорения также увеличивается при падении. Для больших высот закон сохранения энергии является более общим, и он будет уместен как частный случай и для малых высот. Для тела, находящего в произвольной точке гравитационного поля Земли, закон сохранения энергии будет следующим.

$$\boxed{W_{общ} = W_{k1} + W_{П1} = W_{k2} + W_{П2} = W_{k3} + W_{П3} = \ldots = W_{kN} + W_{ПN} = const}$$

или

$$\boxed{W_{ит} = \frac{m\vartheta_1^2}{2} - G\frac{Mm}{r_1} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - G\frac{Mm}{r_2} = \frac{m\vartheta_3^2}{2} - G\frac{Mm}{r_3} = \ldots = \frac{m\vartheta_n^2}{2} - G\frac{Mm}{r_n} = const}$$

Где: *r=R+h* – расстояние между точкой, в которой находится тело. Здесь мы используем формулу $W_П = -G\frac{Mm}{r}$, которая является более общей, вместо $W_П=mgh$ для потенциальной энергии. Поскольку значения ускорения свободного падения на разных высотах от поверхности Земли различны, формула $W_П=mgh$ справедлива только для точек вблизи поверхности земли, где ускорение свободного падения существенно не изменяется.

Из формулы закона сохранения энергии, написанной выше, можно получить две частные формулы для нескольких частных случаев. Остановимся на них по одному.

Для начала определим энергию спутника, который вращается вокруг Земли. Выведена формула для нахождения 1-космической скорости $\vartheta_{I.h} = \sqrt{G\frac{M}{R+h}} = \sqrt{G\frac{M}{r}}$ для произвольной высоты *h* (орбита радиусом *r=R+h*) в теме §17. Кинетическая энергия для этой высоты равна $W_k = \frac{m\vartheta_{I.r}^2}{2} = \frac{m}{2}\cdot G\frac{M}{R+h} = G\frac{M\,m}{2r} = -\frac{W_{П}}{2}$. Сумма потенциальной энергии и кинетической энергии дает полную механическую энергию, $W_{общ} = W_k + W_{П} = G\frac{M\,m}{2r} - G\frac{M\,m}{r} = -G\frac{M\,m}{2r} = \frac{W_{П}}{2}$

Таким образом, потенциальная, кинетическая и полная механическая энергия спутника, движущегося по орбите радиуса *r* вокруг Земли, будут следующими (3.1-рис):

$$W_{П} = -G\frac{M\,m}{r}, \qquad W_k = \frac{m\vartheta_{I.r}^2}{2} = G\frac{M\,m}{2r} = -\frac{W_{П}}{2},$$
$$W_{общ} = W_k + W_{П} = -G\frac{M\,m}{2r} = \frac{W_{П}}{2}$$

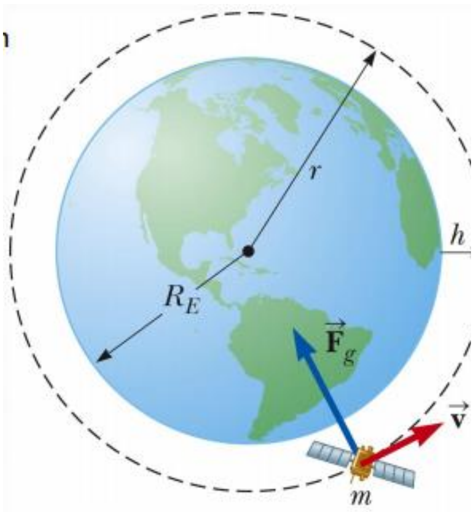


Рис 3.1

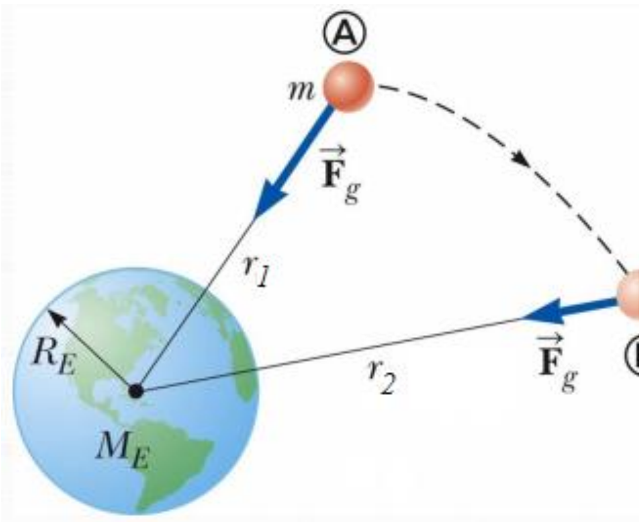


Рис 3.2

Это означает, что спутник будет в два раза меньше потенциальной энергии в количественном отношении и будет равен полной механической энергии в количественном отношении. А полная механическая энергия будет равна половине потенциальной энергии.

Давайте вычислим работу, выполняемую внешней силой при перемещении тела из одной точки в другую в пространстве притяжения Земли. При удалении тела от Земли внешние силы действуют положительно, а сила тяжести-отрицательно. Когда тело приближается к Земле, внешняя сила отрицательна, а сила тяжести действует положительно. Внешняя сила против силы тяжести выполняет работу, равную разности потенциальных энергий:

$$A = W_{П2} - W_{П1} = -G\frac{M\,m}{r_2} - \left(-G\frac{M\,m}{r_1}\right) = G\,M\,m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Следовательно, при изменении расстояния тела от центра Земли от *r1* до *r2* внешняя сила действует следующим образом (рис 3.2):

$$\boxed{A_{внеш} = W_{П2} - W_{П1} = G\,M\,m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

Аналогично, если задана работа, выполняемая гравитационным полем, то она будет выглядеть следующим образом (рис. 28.2):

$$\boxed{A_{грав} = W_{П1} - W_{П2} = G\,M\,m\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)}$$

Давайте посчитаем, сколько работы нужно выполнить, чтобы вывести спутник, вращающийся по одной орбите вокруг Земли, на другую орбиту. При этом, учитывая, что энергия спутника на орбите будет $W_{общ} = -G\frac{M\,m}{2r}$, выполненная работа будет равна разности энергий на орбитах:

$$A = W_{общ.2} - W_{общ.1} = -G\frac{M\,m}{2r_2} - \left(-G\frac{M\,m}{2r_1}\right) = \frac{1}{2}G\,M\,m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Таким образом, при выводе спутника с орбиты радиусом *r1* на орбиту радиусом *r2* (*r2*> *r1*) работа, которую должны выполнять внешние силы, будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{A_{внеш} = W_{общ.2} - W_{общ.1} = \frac{1}{2}G\,M\,m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

Чтобы вывести с поверхности Земли спутник массой m на орбиту радиусом *r*, потребуется выполнить работу, которая рассчитывается по формуле:

$$\boxed{A = G\,M\,m\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2\,r}\right)}$$

<u>Решение</u>: Работа, выполняемая для вывода спутника с поверхности планеты (Земли) на орбиту радиусом r, должна быть равна разности полных механических энергий спутника на поверхности Земли и на орбите. На поверхности Земли полная механическая энергия представляет собой только потенциальную энергию, которая имеет значение $W_{\text{общ.1}} = -G\frac{M\,m}{R}$. А на орбите полную механическую энергию составляют кинетическая и потенциальная энергия, имеющие значение $W_{\text{общ.2}} = -\frac{1}{2}G\frac{M\,m}{r}$. Выполненная работа будет равна разности этих двух энергий.

$$A = W_{\text{общ.2}} - W_{\text{общ.1}} = -\frac{1}{2}G\frac{M\,m}{r} - \left(-G\frac{M\,m}{R}\right) = G\,M\,m\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2\,r}\right)$$

Таким образом, оказывается, что это будет работа по выводу спутника на орбиту $A = G\,M\,m\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2r}\right)$.

Давайте проверим, на какую высоту может подняться тело, брошенное вертикально вверх от поверхности земли с 1-й космической скоростью. Из темы §17 мы знаем, что для поверхности Земли 1-космическая скорость $\vartheta_{I.0} = \sqrt{G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}}} \approx 7900 \;\; м/с$. Когда тело находится на поверхности Земли, $r_1=R$, $\vartheta_1 = \vartheta_{I.0} = 7900 \; м/с$, а когда он поднимается на максимальную высоту, $r_2=R+h$, $\vartheta_2=0$. Полная механическая энергия на поверхности Земли будет равна полной механической энергии при подъеме h на высоту.

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2} - G\frac{M\,m}{r_1} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - G\frac{M\,m}{r_2}\,, \;\rightarrow\; \frac{m}{2}G\frac{M}{R} - G\frac{M\,m}{R} = \frac{m\cdot 0^2}{2} - G\frac{M\,m}{R+h}\,, \rightarrow$$

$$G\frac{M\,m}{2R} = G\frac{M\,m}{R+h}\,, \;\;\rightarrow\;\; 2R = R+h\,, \;\;\rightarrow\;\; h=R$$

Таким образом, тело, брошенное с поверхности Земли с 1-й космической скоростью, может подняться на высоту, равную радиусу Земли, т. е. высоте подъема

$$\boxed{h=R}$$

Если бы мы использовали формулу $h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{2g}$, то ответ получили бы с ошибкой $h = R/2$.

Теперь давайте поинтересуемся, с какой скоростью тело, брошенное с поверхности Земли, полностью преодолевает гравитационное поле Земли. Мы определенно назвали эту скорость 2-й космической скоростью. Давайте возьмем эту 2-ю космическую скорость. $r_1=R$, $\vartheta_1 = \vartheta_{II}$, когда тело находится на поверхности Земли, когда оно поднимается на максимальную высоту, т. е. когда оно выходит из зоны влияния Земли, $r_2=\infty$, $\vartheta_2=0$. Полная механическая энергия на поверхности Земли будет равна полной механической энергии при подъеме на высоту $h=\infty$

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2} - G\frac{M\,m}{r_1} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - G\frac{M\,m}{r_2}\,, \rightarrow \frac{m\vartheta_{II}^2}{2} - G\frac{M\,m}{R} = \frac{m\cdot 0^2}{2} - G\frac{M\,m}{\infty}\,, \;\rightarrow\; \frac{m\vartheta_{II}^2}{2} - G\frac{M\,m}{R} = 0\,, \rightarrow$$

$$\frac{m\vartheta_{II}^2}{2} = G\frac{M\,m}{R}, \;\;\rightarrow\;\; \vartheta_{II} = \sqrt{2G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}}} = \sqrt{2}\,\vartheta_I = 1{,}41\cdot 7900 = 11200 \; м/с$$

Это означает, что тело, брошенное с поверхности Земли со 2-й космической скоростью, может подняться на бесконечную высоту.

$$\boxed{\vartheta_{II} = \sqrt{2}\,\vartheta_I = 11200 \;\; м/с}$$

Определим максимальную высоту подъема тела, брошенного вертикально вверх от поверхности земли. Полная механическая энергия выбрасываемого объекта на поверхности Земли будет равна её потенциальной энергии при подъеме на максимальную высоту. С помощью этого определяем запрашиваемый размер.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} - G\frac{M\,m}{R} = -G\frac{M\,m}{r_{\max}}\,|\times\frac{2}{m}\,, \;\rightarrow\; \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R} = -G\frac{M}{r_{\max}}\,, \;\;\rightarrow$$

$$r_{\max}=\frac{2GM}{2G\frac{M}{R}-\vartheta_0^2}=\frac{2G\frac{M}{R}}{2G\frac{M}{R}-\vartheta_0^2}R=\frac{\vartheta_{II}^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R\,,\ \rightarrow\ h_{\max}=r_{\max}-R=\frac{\vartheta_{II}^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R-R=\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R$$

Здесь мы напрямую использовали выражение для второй космической скорости $\vartheta_{II}=\sqrt{2G\frac{M}{R}}$. Так что ответ на этот вопрос будет $h_{\max}=\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R$. Используя этот ответ, можно вывести, что высота подъема тела, выброшенного с поверхности Земли с 1-й космической скоростью, равна $h_{\max}=\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R=\frac{\vartheta_I^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_I^2}R=\frac{\vartheta_I^2}{2\vartheta_I^2-\vartheta_I^2}R=R$.

Таким образом, максимальная высота подъема тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью ϑ_0 от поверхности Земли, будет равна:

$$\boxed{h_{\max}=\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R}$$

Теперь давайте определим скорость, с котор тело, свободно брошенное с какой-либо более высокой высоты, падает на землю. Когда тело находится на высоте h_{max}, вся энергия находится в потенциальной форме. Когда оно падает на поверхность земли, полная энергия состоит из потенциальной и кинетической энергии. В процессе падения потенциальная энергия уменьшается, а кинетическая энергия увеличивается. Для этого вопроса мы определим запрашиваемую величину, используя закон сохранения энергии.

$$-G\frac{Mm}{r_{\max}}=\frac{m\vartheta_{\max}^2}{2}-G\frac{Mm}{R}\,|\times\frac{2}{m}\,,\ \rightarrow\ -2G\frac{M}{r_{\max}}=\vartheta_{\max}^2-2G\frac{M}{R}\,,\ \rightarrow\ \vartheta_{\max}^2=2G\frac{M}{R}-2G\frac{M}{r_{\max}}=$$
$$=2G\frac{M}{R}\left(1-\frac{R}{r_{\max}}\right)=2G\frac{M}{R}\cdot\frac{r_{\max}-R}{r_{\max}}=\vartheta_{II}^2\cdot\frac{h_{\max}}{R+h_{\max}}\,,\ \rightarrow\ \vartheta_{\max}=\sqrt{\frac{h_{\max}}{R+h_{\max}}}\,\vartheta_{II}$$

Итак, оказывается, ответ на этот вопрос $\vartheta_{\max}=\sqrt{\frac{h_{\max}}{R+h_{\max}}}\,\vartheta_{II}$. С помощью этого ответа можно определить, что скорость удара свободно брошенного тела на поверхность Земли с высоты, равной радиусу, равна 1-й космической скорости $\vartheta_{\max}=\sqrt{\frac{h_{\max}}{R+h_{\max}}}\,\vartheta_{II}=\sqrt{\frac{R}{R+R}}\,\vartheta_{II}=\frac{\vartheta_{II}}{\sqrt{2}}=\vartheta_I$.

Следовательно, скорость, с которой тело, брошенное с какой-либо более высокой высоты h_{max}, попадает на поверхность Земли (планеты), определяется по формуле:

$$\boxed{\vartheta_{\max}=\sqrt{\frac{h_{\max}}{R+h_{\max}}}\,\vartheta_{II}}$$

Давайте определим скорость, с которой тело, брошенное вниз с некоторой высоты с начальной скоростью, падает на Землю. Когда тело находится на высоте h_{max}, полная механическая энергия равна полной механической энергии, когда тело падает на Землю. В процессе падения потенциальная энергия уменьшается, а кинетическая энергия увеличивается. Для этого вопроса мы определим запрашиваемую величину, используя закон сохранения энергии.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2}-G\frac{M\,m}{r_{\max}}=\frac{m\vartheta_{\max}^2}{2}-G\frac{M\,m}{R}\;|\times\frac{2}{m},\;\rightarrow\;\vartheta_0^2-2G\frac{M}{r_{\max}}=\vartheta_{\max}^2-2G\frac{M}{R},\;\rightarrow$$

$$\rightarrow\;\vartheta_{\max}^2=\vartheta_0^2+2G\frac{M}{R}-2G\frac{M}{r_{\max}}=\vartheta_0^2+2G\frac{M}{R}\left(1-\frac{R}{r_{\max}}\right)=\vartheta_0^2+2G\frac{M}{R}\cdot\frac{r_{\max}-R}{r_{\max}}=$$

$$=\vartheta_0^2+\vartheta_{II}^2\cdot\frac{h_{\max}}{R+h_{\max}},\;\rightarrow\;\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2+\frac{h_{\max}}{R+h_{\max}}\vartheta_{II}^2}$$

Итак, оказывается, ответ на этот вопрос $\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2+\frac{h_{\max}}{R+h_{\max}}\vartheta_{II}^2}$.

Следовательно, из этой формулы следует, что скорость удара тел на Землю (планету), брошенного с какой-либо более высокой высоты h_{max} с начальной скоростью ϑ_0:

$$\boxed{\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2+\frac{h_{\max}}{R+h_{\max}}\vartheta_{II}^2}}$$

Давайте определим скорость тела, брошенного вертикально вверх над поверхностью земли, на произвольной высоте. Полная механическая энергия, когда тело выбрасывается с поверхности Земли, равна полной механической энергии, когда оно находится на произвольной высоте h. В процессе роста потенциальная энергия увеличивается, а кинетическая энергия уменьшается. Для этого вопроса мы определим запрашиваемую величину, используя закон сохранения энергии.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2}-G\frac{M\,m}{R}=\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{M\,m}{r}\;|\times\frac{2}{m},\;\rightarrow\;\vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}=\vartheta^2-2G\frac{M}{r},\;\rightarrow$$

$$\rightarrow\;\vartheta^2=\vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}+2G\frac{M}{r}=\vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}\left(1-\frac{R}{r}\right)=\vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}\cdot\frac{r-R}{r}=$$

$$=\vartheta_0^2-\vartheta_{II}^2\cdot\frac{h}{R+h},\;\rightarrow\;\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2-\frac{h}{R+h}\vartheta_{II}^2}$$

Следовательно, из этой формулы следует, что произвольная скорость h высоты тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью ϑ_0 от поверхности земли, определяется:

$$\boxed{\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2-\frac{h}{R+h}\vartheta_{II}^2}}$$

Если тело поднимается с поверхности земли со скоростью, меньшей, чем 2-я космическая скорость, оно поднимается на некоторую высоту и падает обратно на Землю. Если тело выбрасывается со 2-й космической скоростью, то оно поднимается до бесконечности, То есть выходит из зоны влияния Земли. Скорость тела в бесконечности будет равна нулю. Если это же тело будет брошено со скоростью, превышающей 2-ю космическую скорость, возникает вопрос, чему будет равна его скорость в бесконечности. На этот же вопрос мы ответим в следующей главе. Полная механическая энергия, выбрасываемая телом с поверхности Земли, равна полной механической энергии, выбрасываемой им из зоны притяжения Земли к ее носителю (в бесконечности). В процессе роста потенциальная энергия увеличивается, а кинетическая энергия уменьшается. Для этого вопроса мы определим запрашиваемую величину, используя закон сохранения энергии.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2}-G\frac{M\,m}{R}=\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{M\,m}{r}\;|\times\frac{2}{m}\,,\;\rightarrow\;\vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}=\vartheta^2-2G\frac{M}{\infty}\,,\;\rightarrow$$

$$\vartheta^2=\vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}+0=\vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}=\vartheta_0^2-\vartheta_{II}^2\,,\;\rightarrow\;\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2-\vartheta_{II}^2}$$

Итак, ответ на этот вопрос $\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2-\vartheta_{II}^2}$.

Следовательно, скорость тела, брошенного с начальной скоростью $\vartheta_0\left(\vartheta_0>\vartheta_{II}\right)$ с поверхности Земли в бесконечность (вне зоны притяжения Земли), будет равна:

$$\boxed{\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2-\vartheta_{II}^2}}$$

Выражение закона сохранения энергии, записанное для больших высот, является общим, что также верно для малых высот $\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{M\,m}{r}=const$

References:

1. Ш.Б.Ахмедов, М.Б.Дусмуратов. Физика (I-Часть). Ташкент: 2021. 128-132 стр.