

THE PLACE OF GEOMETRY IN TEACHING THE RELATIONSHIP BETWEEN ARITHMETIC AND GEOMETRIC AVERAGE VALUES

Abdurakhmonov Bakhromjon Alisherovich

University of Management and Future Technologies, Associate
Professor of the Department of "Communication and Information
Technologies"

Ochilova Aziza Yorkulovna

Tashkent Pharmaceutical Institute, Teacher of the Department of
"Physics, Mathematics and Information Technologies"

Sunatova Dilfuza Abatovna

Tashkent Pharmaceutical Institute, Senior Lecturer of the
Department of "Physics, Mathematics and Information Technologies"
<https://doi.org/10.5281/zenodo.19724458>

ARTICLE INFO

Received: 18th April 2026

Accepted: 22nd April 2026

Online: 23rd April 2026

KEYWORDS

Arithmetic mean,
geometric mean,
inequality, geometric
proof, Cauchy inequality.

ABSTRACT

This article presents several proofs of the relationship between the arithmetic mean and the geometric mean using geometric figures. The proposed approach contributes to the development of students' visual perception of mathematical concepts and their logical thinking skills.

O'RTA ARIFMETIK VA O'RTA GEOMETRIK QIYMATLAR ORASIDAGI MUNOSABATLARNI O'QITISHDA GEOMETRIYANING O'RNI

Abduraxmonov Baxromjon Alisherovich

University of Management and Future Technologies,
"Kommunikatsiya va axborot texnologiyalari" kafedrasida dotsenti

Ochilova Aziza Yorqulovna

Toshkent farmatsevtika instituti,

"Fizika, matematika va axborot texnologiyalari" kafedrasida o'qituvchisi

Sunatova Dilfuza Abatovna

Toshkent farmatsevtika instituti,

"Fizika, matematika va axborot texnologiyalari" kafedrasida katta o'qituvchisi

<https://doi.org/10.5281/zenodo.19724458>

ARTICLE INFO

Received: 18th April 2026

Accepted: 22nd April 2026

Online: 23rd April 2026

KEYWORDS

O'rta arifmetik qiymat,
o'rta geometrik qiymat,
tengsizlik, geometrik
isbot, Koshi tengsizligi.

ABSTRACT

Ushbu maqolada o'rta arifmetik va o'rta geometrik qiymatlar orasidagi munosabatlarni o'rganishda geometrik figuralardan foydalanib, ushbu munosabatning bir necha geometrik isbotlari keltirilgan. Taklifetilayotgan yondashuv o'quvchilarda matematik tushunchalarni vizual idrok etish va mantiqiy fikrlash ko'nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

Kirish. Matematika ta'limi, ayniqsa akademik litsey va maktablarda, o'quvchilarning tafakkurini rivojlantirish hamda ularni turli matematik tushuncha va usullarni o'zlashtirishga yo'naltirishda muhim o'rin tutadi. Ta'lim jarayonida o'rta arifmetik va o'rta geometrik qiymatlar kabi asosiy tushunchalarni o'rganish o'quvchilarga sonlar olamini yanada chuqurroq anglash imkonini beradi. Biroq bu tushunchalarni faqat sonlar darajasida emas, balki geometrik tasavvurlar orqali ham tushuntirish mumkinligini anglash o'quv jarayoni samaradorligini oshirishda katta ahamiyatga ega.

Geometriya o'zining aniq va vizual tabiati bilan matematik tushunchalarni, xususan, o'rta arifmetik va o'rta geometrik qiymatlar orasidagi munosabatlarni o'rganishda muhim ahamiyat kasb etadi. Bu yondashuv o'quvchilarga matematikani faqat raqamlar va formulalar to'plami sifatida emas, balki atrofdagi olamni tushunish va tahlil qilish vositasi sifatida qabul qilishga yordam beradi.

Ushbu maqolada akademik litsey va maktab o'quvchilari uchun o'rta arifmetik va o'rta geometrik qiymatlar orasidagi munosabatlarni o'rganishda geometriyaning o'rni va qo'llanilishi ko'rib chiqiladi. Asosiy tushunchalarni geometrik obyektlar va ularning xossalari orqali o'zlashtirish o'quvchilarning matematik savodxonligini oshirish hamda muammolarni hal qilish ko'nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiladi. Shu bilan birga, geometrik yondashuv o'quvchilarni matematik olamning go'zalligi va mantiqiy tuzilishini his qilishga undaydi.

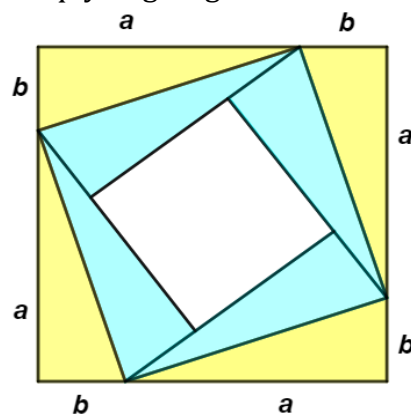
Asosiy qism

Ixtiyoriy ikki musbat haqiqiy a va b sonlar uchun o'rta arifmetik va o'rta geometrik qiymatlar orasidagi tengsizlik quyidagi ko'rinishga ega:

$$(a + b) / 2 \geq \sqrt{ab}. \quad (1)$$

Ushbu tengsizlikning bir nechta geometrik usullarda isbotini ko'rib chiqamiz.

1-usul. Tomoni $(a + b)$ ga teng bo'lgan kvadrat (1-rasm) chizamiz. Ushbu kvadratning yuzi $S = (a + b)^2$ ga teng. Kvadratning ichiga tomonlari a va b bo'lgan to'rtta to'g'ri burchakli uchburchak joylashtirsak, ular bilan birga o'rtada kichik kvadrat hosil bo'ladi. Sariq uchburchaklarning umumiy yuzi $S_1 = 2ab$, ko'k uchburchaklarning umumiy yuzi esa sariq uchburchaklar yuzi bilan teng, ya'ni $S_2 = 2ab$. Demak, to'rttala uchburchakning umumiy yuzi $S_{\Delta} = 4ab$. Kichik kvadratning yuzi esa $(a - b)^2$ ga teng. a va b qiymatlar bir-biriga yaqinlashtirilsa, $a = b$ bo'lganda kichik kvadratning yuzi nolga teng bo'ladi. Bundan quyidagilarga erishamiz:

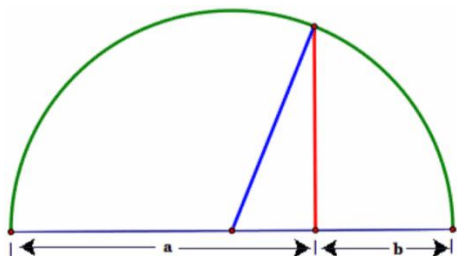


1-rasm

$$(a + b)^2 \geq 4ab \Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow (a + b) / 2 \geq \sqrt{ab}.$$

2-usul. Radiusi R ga teng bo'lgan yarim aylana (2-rasm) chizamiz. Diametri $d = a + b$, radiusi esa $R = (a + b) / 2$. Diametrga tushirilgan

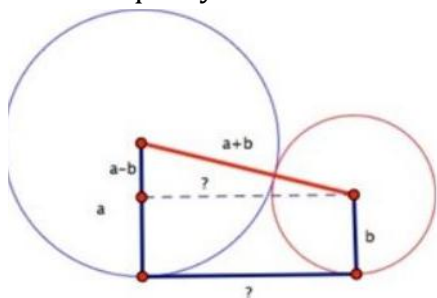
perpendikulyarning uzunligi $h = \sqrt{(ab)}$ ga teng. Bu perpendikulyar har doim radiusdan kichik yoki unga teng bo'ladi, ya'ni $h \leq R$, tenglik esa $a = b$ bo'lgan holda o'rinli. Demak, quyidagi tengsizlik har doim bajariladi:



2-rasm

$$R \geq h, \text{ ya'ni } (a + b) / 2 \geq \sqrt{(ab)}.$$

3-usul. Radiuslari a va b ga teng bo'lgan ikkita aylana olamiz (3-rasm) va ularga umumiy tashqi urinma o'tkazamiz. Ma'lumki, ikki aylana markazlari orasidagi masofa umumiy tashqi urinma uzunligidan katta yoki unga teng bo'ladi; tenglik esa $a = b$ bo'lganda o'rinlidir. Markazlarni tutashtirgan kesma, urinma hamda radiuslar farqi hosil qilgan to'g'ri burchakli uchburchak uchun Pifagor teoremasini qo'llaymiz:



3-rasm

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + x^2,$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = x^2,$$

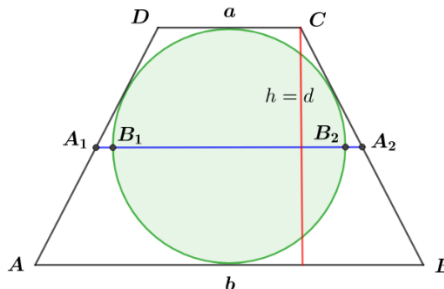
$$4ab = x^2, \quad x = 2\sqrt{(ab)}.$$

Markazlar orasidagi masofa $a + b$ ga teng bo'lgani sababli:

$$a + b \geq x \Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{(ab)} \Rightarrow (a + b) / 2 \geq \sqrt{(ab)}.$$

4-usul. Teng yonli trapetsiyaga radiusi R ga teng bo'lgan aylana ichki

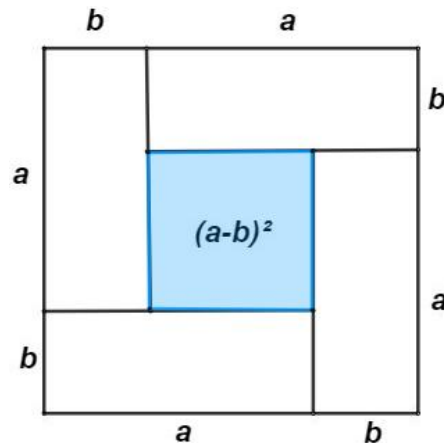
chizilgan (4-rasm). Trapetsiyaning o'rta chizig'i A_1A_2 , diagonali esa B_1B_2 deb olamiz. Trapetsiyaga ichki chizilgan aylananing diametri trapetsiya balandligiga teng bo'ladi. Trapetsiyaning asoslari a va b bo'lsin. U holda:



4-rasm

$$h = d = \sqrt{(ab)}, \quad l \geq d \Rightarrow (a + b) / 2 \geq \sqrt{(ab)}.$$

5-usul. Tomoni $(a + b)$ ga teng bo'lgan katta kvadratni qaraymiz (5-rasm). Bu kvadrat ichida tomoni $(a - b)$ ga teng bo'lgan kichik kvadrat va to'rtta teng to'g'ri to'rtburchak joylashgan. Katta kvadratning yuzi kichik kvadrat va to'rtta to'g'ri to'rtburchak yuzlarining yig'indisidan iborat:



5-rasm

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab.$$

Bundan:

$$(a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2.$$

Har qanday haqiqiy son uchun $(a - b)^2 \geq 0$ bo'lgani uchun $(a + b)^2 - 4ab \geq 0$, ya'ni $(a + b)^2 \geq 4ab$. Bundan:

$$a + b \geq 2\sqrt{(ab)} \Rightarrow (a + b) / 2 \geq \sqrt{(ab)}.$$



Xulosa

O'quvchilarga o'rtacha qiymatlarni aniqlash, hisoblash va taqqoslashni o'rgatishda geometriyaning o'rni alohida ahamiyat kasb etadi. Bu yondashuv o'quvchilarni koordinatalar tizimi bilan ishlash, grafik chizish, geometrik shakllar va ularga oid masalalarni yechish hamda ma'lumotlarni tahlil qilishga o'rgatishni o'z ichiga oladi. Ushbu usul matematik tushunchalarni nazariy, amaliy va vizual jihatdan puxta o'zlashtirishga yordam beradi.

Geometriya o'quvchilarga matematikadagi abstrakt tushunchalarni

tasavvur qilish va ularni amaliy hayotda qo'llashning muhim vositasi hisoblanadi. O'rta geometrik va o'rta arifmetik qiymatlar orasidagi munosabatni geometrik isbotlar orqali o'rganish o'quvchilarga ushbu tushunchalarni hisoblash, tasavvur qilish va amaliy masalalarni yechishda qanday qo'llash mumkinligini ko'rsatadi. Bundan tashqari, bunday yondashuv o'quvchilarning matematikaga bo'lgan qiziqishini kuchaytirib, mustaqil izlanish ko'nikmalarini rivojlantiradi.

References:

1. Wilson J. Mathematics Education EMAT 4600/6600. – University of Georgia. – P. 230.
2. Курляндчик Л. Д. Неравенство Коши // Математика в школе. – 1987. – № 5. – С. 58–59.
3. Alimov Sh. A., Xolmuamedov O. R., Mirzaahmedov M. A. Algebra. 8-sinf darsligi. – Toshkent: "O'qituvchi", 2019.
4. Abduhamidov A. U., Nasimov H. A., Nosirov U. M., Husanov J. H. Algebra va matematik analiz asoslari. I qism. – Toshkent: "O'qituvchi", 2019.
5. Abduraxmonov B., Ochilova A. Algebraik va trigonometrik masalalarni geometrik usulda yechish // Евразийский журнал математической теории и компьютерных наук. – 2023. – № 3(10). – С. 7–10. URL: <https://in-academy.uz/index.php/EJMTCS/article/view/21964>
6. Botirov G'. I., Ochilov A. Yo. Trigonometrik masalalarni geometrik usulda yechish // Fizika, matematika va informatika: ilmiy-uslubiy jurnal. – 2023. – № 3. – 117–121-betlar.
7. GeoGebra: Dynamic Mathematics Software. URL: <https://www.geogebra.org>