

OMMAVIY XIZMAT KO'RSATISH TIZIMLARINI M/M/1 VA M/M/S

MODELLARI ASOSIDA TAHLIL QILISH

Mamatova Zilolaxon Xabibulloxonovna

Farg'ona davlat universiteti dotsenti, pedagogika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Orcid: 0009-0009-9247-3510 mamatova.zilolakhon@gmail.com

Sobirjonov Siyovushxo'ja

Farg'ona davlat Universiteti Amaliy matematika yo'nalishi

3-kurs talabasi

Siyavushxujayev@gmail.com<https://doi.org/10.5281/zenodo.19968891>

Annotatsiya. Ushbu maqolada ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlarining mohiyati, ularning Jarayonlar tadqiqoti va optimal boshqaruv fanidagi o'rni, asosiy ko'rsatkichlari hamda $M/M/1$ va $M/M/s$ kabi sodda modellar formulalari yoritiladi. Mavzu ishlab chiqarish, transport, bank, aloqa, tibbiyot va raqamli xizmatlarda navbatlarni kamaytirish hamda resurslardan samarali foydalanish nuqtayi nazaridan tushuntiriladi.

Kalit so'zlar: ommaviy xizmat, navbat, talab oqimi, xizmat ko'rsatish kanali, Puasson oqimi, eksponensial taqsimot, intensivlik, yuklanish koeffitsiyenti, $M/M/1$, $M/M/s$, kutish vaqti, optimal boshqaruv.

Annotation: This article discusses queueing systems, their role in operations research and optimal control, and the main formulas used in basic models such as $M/M/1$ and $M/M/s$. Practical examples show how queueing theory helps reduce waiting time and improve the use of service resources in real systems.

Keywords: queueing system, queue, arrival flow, service channel, Poisson process, exponential distribution, intensity, utilization, $M/M/1$, $M/M/s$, waiting time, optimal control.

Аннотация: В статье рассматриваются системы массового обслуживания, их значение в исследовании операций и оптимальном управлении, а также основные формулы моделей $M/M/1$ и $M/M/s$. На практических примерах показано применение теории очередей для уменьшения времени ожидания и повышения эффективности ресурсов обслуживания.

Ключевые слова: система массового обслуживания, очередь, поток заявок, канал обслуживания, пуассоновский поток, экспоненциальное распределение, интенсивность, загрузка, $M/M/1$, $M/M/s$, время ожидания, оптимальное управление.

Kirish

Zamonaviy jamiyatda insonlar va tashkilotlar deyarli har kuni turli xizmat ko'rsatish tizimlari bilan to'qnashadi. Bank kassasi oldidagi navbat, shifoxonadagi qabul jarayoni, avtobus bekatidagi yo'lovchilar oqimi, telefon aloqa markazidagi qo'ng'iroqlar, internet serveriga kelayotgan so'rovlar, do'kondagi xaridorlar va hatto kompyuter protsessoriga kelayotgan vazifalar ham ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlariga misol bo'la oladi. Bunday tizimlarning umumiy xususiyati shundan iboratki, ma'lum vaqt oralig'ida tizimga talablar keladi, ular xizmat olishni kutadi, so'ng xizmat ko'rsatish kanali orqali bajariladi va tizimdan chiqib ketadi. Jarayonlar tadqiqoti va optimal boshqaruv fanida bunday tizimlar alohida ahamiyatga ega. Sababi real hayotdagi ko'plab iqtisodiy va texnik qarorlar navbat, kutish, bandlik, xizmat tezligi va xarajatlar o'rtasidagi muvozanatga bog'liq. Agar xizmat ko'rsatish kanallari kam bo'lsa, navbat uzayadi, mijozlar noroziligi ortadi va tizimning sifati pasayadi. Aksincha, xizmat

ko'rsatish kanallari haddan tashqari ko'p bo'lsa, ortiqcha resurs sarflanadi, xodimlar yoki qurilmalar bekor turadi. Demak, asosiy masala xizmat sifati va xarajat o'rtasida optimal yechim topishdir.

Ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi ana shu masalani matematik modellar yordamida o'rganadi. Bu nazariya tasodifiy jarayonlar, ehtimollar nazariyasi, matematik statistika, optimallashtirish va boshqaruv nazariyasi bilan chambarchas bog'liq. Tizimga kelayotgan talablar ko'pincha tasodifiy bo'ladi, xizmat ko'rsatish vaqti ham har doim bir xil bo'lmaydi. Shuning uchun tizimni tahlil qilishda o'rtacha qiymatlar, ehtimollar, intensivliklar va chegaraviy shartlardan foydalaniladi.

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimining mohiyati

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi deganda talablar yoki mijozlar oqimi kelib tushadigan, ular xizmat olish uchun navbatga turadigan va ma'lum xizmat ko'rsatish qurilmalari yoki kanallari orqali bajariladigan tizim tushuniladi. Bu yerda mijoz so'zi faqat odamni bildirmaydi. U telefon qo'ng'irog'i, buyurtma, kompyuter dasturidagi vazifa, internet so'rovi, ishlab chiqarishdagi detal yoki transport vositasi bo'lishi mumkin. Muhimi, tizimga keluvchi obyekt xizmatga ehtiyoj sezadi va xizmat tugagach tizimni tark etadi. Bunday tizimlar odatda uchta asosiy qismdan iborat bo'ladi: kiruvchi talablar oqimi, navbat yoki kutish joyi, xizmat ko'rsatish mexanizmi. Kiruvchi talablar oqimi mijozlarning tizimga qanchalik tez-tez kelishini bildiradi. Navbat tizimda xizmat ko'rsatilishini kutayotgan talablarni ifodalaydi. Xizmat mexanizmi esa talablarni bajaradigan kassa, operator, shifokor, server, stanok yoki boshqa resurslardan iborat bo'ladi.

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlarini tahlil qilishda asosiy savollar quyidagilardan iborat: tizimga kelayotgan talablar soni qancha, bitta talabga xizmat ko'rsatish uchun o'rtacha qancha vaqt ketadi, tizimda o'rtacha nechta mijoz bo'ladi, mijoz o'rtacha qancha kutadi, xizmat kanallari qancha band bo'ladi va tizim barqaror ishlashi uchun qanday shart bajarilishi kerak. Bu savollarga javob berish uchun matematik formulalar zarur bo'ladi. Masalan, universitet oshxonasida tushlik vaqtida talabalar oqimi keskin ortadi. Agar faqat bitta kassir ishlasa, navbat juda tez uzayadi. Ikki yoki uchta kassir qo'shilsa, kutish vaqti kamayadi, lekin xodimlar xarajati ortadi. Shu sababli oshxona rahbariyati qaysi vaqtda nechta kassir ishlashi maqsadga muvofiq ekanini hisoblashga ehtiyoj sezadi. Bu aynan ommaviy xizmat ko'rsatish masalasidir.

Talab oqimi va xizmat ko'rsatish intensivligi

Tizimni matematik modellashtirishda eng muhim kattaliklardan biri talablar kelish intensivligi hisoblanadi. U odatda lambda harfi bilan belgilanadi va birlik vaqt ichida tizimga o'rtacha nechta talab kelishini bildiradi. Masalan, bankka bir soatda o'rtacha 12 ta mijoz kelsa, kelish intensivligi $\lambda = 12$ mijoz _____ bo'ladi. Xizmat ko'rsatish

soat

intensivligi esa odatda μ bilan belgilanadi va bitta xizmat kanali birlik vaqt ichida o'rtacha nechta talabga xizmat ko'rsata olishini bildiradi.

Agar bitta operator bir mijozga o'rtacha 5 minut xizmat ko'rsatsa, bir soatda $= 12$ ta $\frac{60}{5}$ mijozga xizmat ko'rsatishi mumkin. Demak, $\mu = 12$ mijoz _____. Bu ikkala $\frac{60}{5}$ soat parametr tizimning yuklanganlik darajasini aniqlashda asosiy o'rin tutadi. Agar talablar xizmat ko'rsatish imkoniyatidan ko'p bo'lsa, tizimda navbat cheksiz o'sib boradi va barqarorlik yo'qoladi.

talablarning o'rtacha kelish soni

$$\lambda = \frac{\text{vaqt xizmat ko'rsatilgan talablarning o'rtacha soni}}{\text{vaqt}}$$

vaqt xizmat ko'rsatilgan talablarning o'rtacha soni

$$\mu = \frac{\text{vaqt}}{\text{vaqt}}$$

vaqt

Tizimning yuklanish koeffitsiyenti ρ bilan belgilanadi. Bir kanalli M/M/1 tizimida bu koeffitsiyent kelish intensivligining xizmat ko'rsatish intensivligiga nisbatiga teng bo'ladi:

λ

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

μ

Agar $\rho < 1$ bo'lsa, tizim nazariy jihatdan barqaror ishlaydi, chunki xizmat ko'rsatish imkoniyati kelayotgan talablar oqimidan katta. Agar $\rho \geq 1$ bo'lsa, talablar tizimdan tezroq keladi, navbat o'sadi va o'rtacha kutish vaqti cheksiz ortib borishi mumkin. Shu sababli ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasida barqarorlik sharti juda muhim hisoblanadi.

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlarining tasnifi

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari bir nechta belgilarga ko'ra tasniflanadi. Eng avvalo, xizmat ko'rsatish kanallari soniga qaraladi. Agar tizimda bitta xizmat ko'rsatish qurilmasi bo'lsa, u bir kanalli tizim deyiladi. Masalan, bitta kassali kichik do'kon shunday tizimga kiradi. Agar bir nechta parallel xizmat ko'rsatish kanallari bo'lsa, u ko'p kanalli tizim deyiladi. Masalan, bankdagi bir nechta operator yoki supermarketdagi bir nechta kassa bunga misoldir.

Navbat hajmiga ko'ra tizimlar cheksiz navbatli va cheklangan navbatli bo'lishi mumkin. Cheksiz navbatli modelda kutish joyi yetarli deb faraz qilinadi. Cheklangan navbatli modelda esa tizim ma'lum sondan ortiq mijozni qabul qila olmaydi. Masalan, kichik klinika kutish zalida joy chegaralangan bo'lishi mumkin. Agar joylar to'lsa, yangi mijoz tizimga kira olmaydi yoki boshqa xizmat joyini tanlaydi. Xizmat ko'rsatish tartibiga ko'ra ham tizimlar farqlanadi. Eng ko'p ishlatiladigan tartib FIFO, ya'ni birinchi kelgan birinchi xizmat oladi qoidasidir. Bundan tashqari, LIFO, ustuvorlik bo'yicha xizmat ko'rsatish, tasodifiy tanlash kabi tartiblar ham mavjud. Shifoxonada og'ir bemorlarga navbatsiz xizmat ko'rsatilishi ustuvorlikka asoslangan tizimga misol bo'ladi. Kendall belgilashida tizimlar $A/B/s$ ko'rinishida ifodalanadi. Bu yerda A - talablar kelish taqsimoti, B - xizmat ko'rsatish vaqti taqsimoti, s - xizmat ko'rsatish kanallari soni. Masalan, M/M/1 modeli Puasson kelish oqimi, eksponensial xizmat vaqti va bitta xizmat kanaliga ega tizimni bildiradi. M/M/s esa shunday shartlarda s ta parallel xizmat kanali mavjud bo'lgan tizimdir.

$$A / B / s$$

Puasson oqimi va eksponensial xizmat vaqti

Ko'plab sodda modellarda talablar oqimi Puasson qonuniga bo'ysunadi deb olinadi. Bu faraz shuni anglatadiki, ma'lum vaqt oralig'ida keladigan talablar soni tasodifiy bo'lib, uning ehtimoli kelish intensivligi orqali aniqlanadi. Agar t vaqt oralig'ida o'rtacha λt ta talab kelsa, aynan k ta talab kelish ehtimoli quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$(\lambda t)^k$$

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t}$$

$k!$

Bu formula real hayotda telefon stansiyasiga keladigan qo'ng'iroqlar, serverga keladigan so'rovlar yoki do'konga kiradigan xaridorlar sonini modellashtirishda ishlatiladi. Puasson

oqimi xotirasizlik xususiyatiga yaqin tasodifiy jarayonlarni tasvirlashda qulaydir. Ya'ni, kelajakdagi talablar soni o'tgan talablar soniga bevosita bog'liq emas deb qaraladi.

Xizmat ko'rsatish vaqti ko'pincha eksponensial taqsimot bilan modellashtiriladi.

Agar xizmat ko'rsatish intensivligi μ bo'lsa, xizmat vaqti t dan kichik yoki teng bo'lish ehtimoli quyidagicha yoziladi:

$$F(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

Eksponensial taqsimot ham xotirasizlik xususiyatiga ega. Bu matematik jihatdan hisoblashni soddalashtiradi va $M/M/1$, $M/M/s$ kabi klassik modellarni hosil qilish imkonini beradi. Albatta, real tizimlarda barcha jarayonlar aynan Puasson yoki eksponensial taqsimotga bo'ysunmasligi mumkin, lekin bu modellardan boshlang'ich tahlil va taxminiy qarorlar uchun keng foydalaniladi.

$M/M/1$ modelining asosiy formulalari

$M/M/1$ modeli ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasidagi eng sodda va eng muhim modellardan biridir. Bu modelda talablar Puasson oqimi bo'yicha keladi, xizmat ko'rsatish vaqti eksponensial taqsimlangan bo'ladi va faqat bitta xizmat kanali mavjud deb olinadi. Modelning barqaror ishlashi uchun $\lambda < \mu$ yoki $\rho < 1$ sharti bajarilishi

kerak.

$$\rho = \lambda / \mu, \quad \rho < 1$$

Tizim bo'sh bo'lish ehtimoli P_0 bilan belgilanadi. $M/M/1$ tizimida u quyidagicha topiladi:

$$P_0 = 1 - \rho$$

Tizimda o'rtacha mijozlar soni L bilan, navbatda kutayotgan o'rtacha mijozlar soni L_q bilan belgilanadi. Ular quyidagi formulalar orqali hisoblanadi:

$$\lambda$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$\mu - \lambda$$

$$\lambda^2$$

$$L_q = \mu \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Mijozning tizimda bo'lish o'rtacha vaqti W , navbatda kutish o'rtacha vaqti esa W_q bilan belgilanadi:

$$1$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$\mu - \lambda$$

$$\lambda$$

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$\mu(\mu - \lambda)$$

Bu formulalar bir-biri bilan Little qonuni orqali ham bog'lanadi. Little qonuniga ko'ra, tizimdagi o'rtacha talablar soni kelish intensivligi bilan tizimda bo'lish o'rtacha vaqtining ko'paytmasiga teng:

$$L = \lambda W, \quad L_q = \lambda W_q$$

$M/M/1$ modelining afzalligi shundaki, juda sodda formulalar yordamida tizimning asosiy holatini baholash mumkin. Biroq bu modelda faqat bitta xizmat kanali mavjudligi va barcha jarayonlarning ideal tasodifiy taqsimotlarga bo'ysunishi faraz qilingan. Shuning uchun u real tizimni to'liq emas, balki soddalashtirilgan ko'rinishda ifodalaydi.

Bir kanalli tizimga doir amaliy misol

Misol sifatida kichik bank filialidagi bitta operatorli xizmat tizimini olaylik. Filialga bir soatda o'rtacha 10 ta mijoz keladi, operator esa bir soatda o'rtacha 15 ta mijozga xizmat ko'rsata oladi. Demak, $\lambda = 10$ mijoz _____, $\mu = 15$ mijoz _____.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{10}{15} = 0,667$$

Yuklanish koeffitsiyenti 0,667 ga teng, ya'ni operator o'rtacha vaqtining 66,7 foizida band bo'ladi. Tizim barqaror, chunki $\rho < 1$. Tizim bo'sh bo'lish ehtimoli:

$$P_0 = 1 - \rho = 1 - 0,667 = 0,333$$

Demak, vaqtning taxminan 33,3 foizida operator bo'sh turishi mumkin.

Tizimdagi o'rtacha mijozlar soni:

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{10}{15 - 10} = 2$$

Bu natija shuni bildiradiki, tizimda o'rtacha 2 ta mijoz bo'ladi. Navbatdagi o'rtacha mijozlar soni esa:

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{100}{15 \cdot 5} = 1,33$$

Mijozning tizimda bo'lish o'rtacha vaqti:

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{15 - 10} = 0,2 \text{ soat} = 12 \text{ minut}$$

Navbatda kutish o'rtacha vaqti:

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{10}{15 \cdot 5} = 0,133 \text{ soat} \approx 8 \text{ minut}$$

Natijadan ko'rinadiki, mijoz bankda o'rtacha 12 minut bo'ladi, shundan taxminan 8 minuti navbat kutishga sarflanadi. Agar bank rahbari kutish vaqtini kamaytirmoqchi bo'lsa, qo'shimcha operator qo'yish yoki xizmat ko'rsatish tezligini oshirish haqida qaror qabul qilishi mumkin. Bu esa optimal boshqaruv masalasiga olib keladi.

Ko'p kanalli M/M/s modeli

Real hayotdagi ko'plab xizmat ko'rsatish tizimlarida bir nechta parallel xizmat kanallari mavjud bo'ladi. Bankdagi bir nechta operator, supermarketdagi bir nechta kassa, call-markazdagi operatorlar guruhi yoki server klasteri shunday tizimga misol bo'ladi. Bunday holatda M/M/s modeli qo'llaniladi. Bu yerda s - xizmat ko'rsatish kanallari soni.

Ko'p kanalli tizimda umumiy xizmat ko'rsatish imkoniyati $s\mu$ ga teng bo'ladi. Barqarorlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} < 1$$

Bu yerda ρ bitta kanalga tushadigan o'rtacha yuklanishni bildiradi. Agar ρ qiymati 1 ga yaqinlashsa, tizim juda band bo'ladi, navbat uzunlashadi va kutish vaqti ortadi. Agar ρ juda kichik bo'lsa, kanallar ko'p vaqt bo'sh turadi va resurslardan foydalanish samarasiz bo'lishi mumkin.

M/M/s modelida tizim bo'sh bo'lish ehtimoli quyidagi formula yordamida topiladi:

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \right]^{-1} \cdot \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{a^n}{n!} + \frac{a^s}{s!} \cdot \frac{1}{1-\rho} \right]$$

Bu yerda $a = \lambda$ bo'lib, tizimga tushadigan umumiy yuklamani bildiradi.

μ

Navbatda kutayotgan o'rtacha talablar soni esa quyidagicha hisoblanadi:

$$L_q = P_0 \cdot s \cdot \frac{1}{1-\rho} \cdot (1-\rho)^2$$

Shundan so'ng Little qonuni yordamida W_q , W va L qiymatlarini aniqlash mumkin:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}, \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}, \quad L = \lambda W$$

Ko'p kanalli tizimlarda hisoblash bir kanalli tizimga qaraganda murakkabroq bo'lsa ham, mazmun bir xil: kelayotgan talablar va xizmat imkoniyati taqqoslanadi, kutish vaqti baholanadi, resurslar soni optimal tanlanadi. Aynan shu jihati uni boshqaruv qarorlarida juda foydali qiladi.

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlarining tadbirlari

Ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi juda ko'p sohalarda qo'llaniladi. Bank va moliya tizimida mijozlarni qabul qilish, kassalar sonini belgilash, kredit bo'limi ishini rejalashtirish va elektron navbat tizimlarini tahlil qilishda bu nazariyadan foydalaniladi. Maqsad mijozlarning kutish vaqtini kamaytirish va xodimlar ishini samarali tashkil etishdir.

Tibbiyot sohasida bemorlar oqimi, shifokorlar bandligi, tez yordam chaqiriqlari, laboratoriya tahlillari va qabul bo'limlari ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari sifatida qaraladi. Agar shifoxonada bemorlar ko'p, shifokorlar kam bo'lsa, navbat va kutish vaqti ortadi. Agar resurslar to'g'ri taqsimlansa, xizmat sifati yaxshilanadi va bemorlar xavfsizligi oshadi.

Transport tizimlarida avtobus bekatlari, yo'l chorrahalari, avtoturargohlar, aeroportdagi ro'yxatdan o'tish oynalari, temiryo'l kassalari navbat nazariyasi bilan tahlil qilinadi. Masalan, aeroportda xavfsizlik nazoratidan o'tish punktlari soni yetarli bo'lmasa, yo'lovchilar uzun navbatda qoladi. Ortiqcha punktlar esa keraksiz xarajatdir.

Axborot texnologiyalarida serverga kelayotgan so'rovlar, ma'lumotlar bazasiga murojaatlar, kompyuter protsessoridagi jarayonlar, tarmoq paketlari va bulutli hisoblash resurslari ommaviy xizmat ko'rsatish modellari yordamida o'rganiladi. Server resurslarini optimal taqsimlash, foydalanuvchi so'rovlariga tez javob berish va tizimning ishonchligini oshirishda bu nazariya muhimdir.

Ishlab chiqarishda stanoklarga kelayotgan detallar, ta'mirlash xizmatiga tushayotgan uskunalar, ombor operatsiyalari va logistika jarayonlari ham navbat tizimlariga o'xshaydi. Agar detal stanok oldida uzoq kutsa, ishlab chiqarish sikli sekinlashadi. Agar stanoklar soni ortiqcha bo'lsa, investitsiya samaradorligi pasayadi. Demak, ishlab chiqarish samaradorligi ham xizmat tizimini to'g'ri boshqarishga bog'liq.

Model tuzishda e'tibor beriladigan jihatlar

Har qanday matematik model real tizimning soddalashtirilgan ko'rinishidir. Shuning uchun ommaviy xizmat ko'rsatish tizimini modellashtirishda birinchi navbatda tizim chegaralari aniqlanadi. Qaysi obyektlar mijoz deb olinadi, xizmat kanali nima, navbat qayerda hosil bo'ladi, xizmat tugagach talab tizimdan qanday chiqadi - bularning barchasi aniq belgilanishi kerak.

Ikkinchi muhim jihat statistik ma'lumot yig'ishdir. Kelish intensivligi λ va xizmat intensivligi μ taxmin bilan emas, imkon qadar real kuzatuvlar asosida aniqlanishi lozim. Masalan, bir hafta davomida har soatda kelgan mijozlar sonini va har bir mijozga sarflangan xizmat vaqtini yozib borish mumkin. Shundan so'ng o'rtacha qiymatlar topilib, modelga kiritiladi.

Uchinchi jihat - model farazlarining real tizimga mosligi. Agar talablar oqimi

Puasson qonuniga yaqin bo'lmasa yoki xizmat vaqti eksponensial taqsimlanmasa, $M/M/1$ yoki $M/M/s$ modeli taxminiy natija beradi. Bunday holatda $M/G/1$, $G/G/s$, imitatsion modellashtirish yoki kompyuter simulyatsiyasi kabi murakkabroq yondashuvlar qo'llanishi mumkin.

To'rtinchi jihat - natijalarni boshqaruv qaroriga aylantirishdir. Formulalar orqali L , Lq , W , Wq , ρ kabi qiymatlar topiladi, lekin ular o'z-o'zidan qaror emas. Qaror qabul qilish uchun bu qiymatlar iqtisodiy xarajat, mijozlar talabi, xizmat sifati va mavjud resurslar bilan solishtiriladi. Ana shunda matematik tahlil amaliy foyda beradi.

Qo'shimcha misol: internet serveri

Axborot texnologiyalariga oid misol sifatida oddiy server tizimini ko'rib chiqamiz. Faraz qilaylik, veb-serverga sekundiga o'rtacha 40 ta so'rov keladi, server esa sekundiga 50 ta so'rovni qayta ishlay oladi. Bu $M/M/1$ modeliga yaqinlashtirilgan holda qaraladi. Demak, $\lambda = 40$ so'rov/sekund, $\mu = 50$ so'rov.

sekund

$$\rho = \frac{40}{50} = 0,8$$

Server 80 foiz yuklanish bilan ishlaydi. Tizimdagi o'rtacha so'rovlar soni:

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{40}{50 - 40} = 4$$

So'rovning tizimda bo'lish o'rtacha vaqti:

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{50 - 40} = 0,1 \text{ sekund}$$

Navbatda kutish o'rtacha vaqti:

$$W_q = \mu \frac{\rho}{\mu - \lambda} = 50 \cdot 0,1 = 0,08 \text{ sekund}$$

Bu natijalar server hozircha barqaror ishlayotganini ko'rsatadi. Lekin foydalanuvchilar soni ortib, $\lambda = 48$ so'rov/sekund bo'lsa, $\rho = 0,96$ ga yetadi va kutish vaqti keskin ortadi. Shuning uchun IT tizimlarda zaxira server, yuklamani taqsimlash va avtomatik kengayish mexanizmlari zarur bo'ladi.

Xulosa

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari Jarayonlar tadqiqoti va optimal boshqaruv fanining muhim mavzularidan biridir. Bu mavzu real hayotdagi navbatlar, kutish jarayonlari, xizmat resurslari va boshqaruv qarorlarini matematik asosda tahlil qilish imkonini beradi. Tizimga keluvchi talablar oqimi, xizmat ko'rsatish intensivligi, navbat hajmi, xizmat kanallari soni va xizmat tartibi modelning asosiy elementlari hisoblanadi.

M/M/1 va M/M/s modellari ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasining eng ko'p qo'llaniladigan boshlang'ich modellaridir. Ular yordamida yuklanish koeffitsiyenti, tizimdagi o'rtacha talablar soni, navbatdagi talablar soni, kutish vaqti va tizimda bo'lish vaqti hisoblanadi. Ushbu ko'rsatkichlar xizmat sifati va resurs samaradorligini baholashda muhim ahamiyatga ega. Maqolada keltirilgan bank, supermarket va server misollari shuni ko'rsatadiki, ommaviy xizmat ko'rsatish formulalari amaliy qarorlar qabul qilishda foydali vosita bo'la oladi. Ular yordamida nechta xizmat kanali kerakligi, kutish vaqti qanchalik bo'lishi, tizim qachon haddan tashqari yuklanishi va resurslarni qanday boshqarish kerakligi haqida xulosa chiqarish mumkin. Umuman olganda, ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi nafaqat matematik hisob-kitoblar majmuasi, balki xizmat sifati, iqtisodiy samaradorlik va boshqaruv madaniyatini oshirishga xizmat qiladigan amaliy yondashuvdir. Shu sababli bu mavzuni chuqur o'rganish kelajakdagi mutaxassislar uchun katta ahamiyatga ega.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. - Москва: Высшая школа.
2. Саати Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. - Москва: Советское радио.
3. Gross D., Shortle J. F., Thompson J. M., Harris C. M. Fundamentals of Queueing Theory. - Wiley.
4. Taha H. A. Operations Research: An Introduction. - Pearson Education.
5. Kleinrock L. Queueing Systems. Volume 1: Theory. - Wiley-Interscience.
6. Hamdy A. Taha. Operations Research: An Introduction. Navbatlar nazariyasi va optimallashtirish bo'limlari.
7. Jarayonlar tadqiqoti va optimal boshqaruv fanidan ma'ruza materiallari.
8. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika bo'yicha o'quv qo'llanmalar.