

## UZLUKSIZ SIGNALLARNING MATEMATIK IFODALARI

Talaba **Rasulov A.**  
**L.Dalibekov**

Farg'ona davlat texnika universiteti

E-mail: [ahrorrasulov9868@gmail.com](mailto:ahrorrasulov9868@gmail.com)<https://doi.org/10.5281/zenodo.19730650>

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada uzluksiz signallarni matematik modellashtirishning fundamental usullari – deterministik va stokastik modellar, vaqt va chastota sohalaridagi tasvirlar (Furye, Laplas o'zgartirishlari), korrelyatsion va spektral tahlillar ko'rib chiqiladi. Bitiruvchi kurs talabasi nuqtai nazaridan signalni ifodalashning turli shakllari (eksponensial, trigonometrik, integral o'zgartirishlar) tahlil qilinib, ularning telekommunikatsiya, avtomatik boshqaruv va biotibbiyot muhandisligidagi amaliy ahamiyati ochib beriladi.

**Kalit so'zlar :** uzluksiz signallar, matematik ifodalar, deterministik signallar, stokastik signallar, Furye qatori, Furye o'zgartirishi, Laplas o'zgartirishi, spektral zichlik, avtokorrelyatsiya, garmonik signal, eksponensial signal, delta-funksiya, signallarni qayta ishlash, aloqa tizimlari, boshqaruv nazariyasi

**1. Kirish: uzluksiz signal tushunchasi va uning roli**

Zamonaviy axborot texnologiyalari, aloqa tizimlari va boshqaruv nazariyasining asosini signallar tashkil etadi. Uzluksiz signal – bu vaqtning har bir momentida aniqlangan va chekli yoki cheksiz qiymatlar to'plamiga ega bo'lgan funksiya. Matematik jihatdan bunday signal  $x(t)$  real o'zgaruvchi  $t \in \mathbb{R}$  (odatda vaqt) ga bog'liq holda ifodalanadi. Bitiruvchi kurs talabasi sifatida muhandislik muammolarini yechishda signallarni to'g'ri matematik modellashtirish zarurligini chuqur anglash kerak: bu filtrlash, modulyatsiya, kodlash va ma'lumotlarni tiklash kabi jarayonlarning asosini tashkil qiladi.

**2. Deterministik signallarning klassik ifodalari**

Deterministik signallarning ixtiyoriy vaqt momentidagi qiymatini aniq funksiya orqali hisoblash mumkin. Eng keng tarqalgan modellar:

- Garmonik (sinusoidal) signal

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Bu yerda  $A$  – amplituda,  $\omega$  – burchak chastotasi (rad/s), –  $\varphi$  boshlang'ich faza. Garmonik signallar Furye tahlilining asosi bo'lib, har qanday davriy signalni sinusoidal komponentlar yig'indisiga ajratish imkon beradi.

- Eksponensial signal

$$x(t) = Ae^{\alpha t}$$

$\alpha$  haqiqiy bo'lsa – o'suvchi yoki kamayuvchi jarayon (masalan, RC-zanjirdagi vaqtinchalik jarayonlar),  $\alpha = j\omega$  bo'lsa – aylanma chastotali kompleks eksponenta:  $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$ .

- Birlik pog'onali funksiya (Xevisayd funksiyasi)

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

Uzluksiz signallar nazariyasida kommutatsiya va impulslarni modellashtirishda muhim rol o'ynaydi.

- Dirac delta-funksiyasi  $\delta(t)$ :

Matematik jihatdan to'g'ri ta'riflash uchun taqsimotlar nazariyasi kerak bo'lsa-da, muhandislikda u cheksiz kichik davomiylik va cheksiz katta amplitudali ideal impuls sifatida qaraladi. Filtrlash xususiyatiga ega:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t - \tau)d\tau = x(t)$$

### 3. Furiye tahlili: vaqt va chastota sohalari orasidagi ko'prik

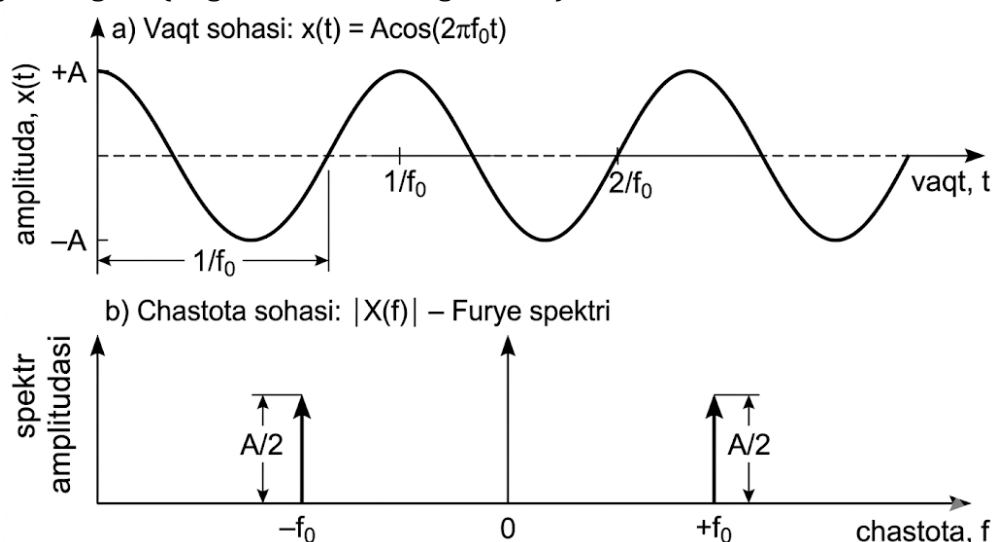
Uzluksiz signallarni ifodalashning eng qudratli usuli – ularni chastota sohasida tasvirlash.

- Furiye qatori (davriy signallar uchun):

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}, \quad C_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

Bu yerda T- davr,  $\omega_0=2\pi/T$ .

- Furiye integrali (to'g'ri va teskari o'zgartirish)



**1-rasmda** ko'rsatilganidek, bir xil uzluksiz signal vaqt sohasida  $x(t)=A\cos(2\pi f_0 t)$  ko'rinishida, chastota sohasida esa  $f=\pm f_0$  da joylashgan ikki spektral chiziq sifatida ifodalanadi.

No davriy signallar uchun:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt, \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

$X(j\omega)$ - signalning chastota spektri. Bu ifoda orqali signalning energiyasini turli chastotalar bo'yicha taqsimlanishini tahlil qilish mumkin (Parseval teoremasi).

### 4. Laplas o'zgartirishi: boshqaruv tizimlari uchun kuchli vosita

Ko'pgina real tizimlar (masalan, mexanik yoki elektr zanjirlar) differensial tenglamalar bilan ifodalanadi. Laplas o'zgartirishi boshlang'ich shartlarni hisobga olib, tenglamalarni algebraik ko'rinishga keltiradi:

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt, \quad s = \sigma + j\omega$$

Uzluksiz signalning s-tekislikdagi tasviri tizimning barqarorligi, o‘tkinchi va turg‘un rejimlarni tahlil qilish imkonini beradi. Masalan, eksponensial o‘sovchi signallar Laplas tasvirida qutblar bilan bog‘liq.

### 5. Stokastik signallar va korrelyatsion tasvirlar

Real muhandislik signallari (shovqin, tebranishlar, nutq signallari) ko‘pincha deterministik emas, balki tasodifiy bo‘ladi. Bunday uzluksiz signallar ehtimollik nazariyasi asosida ifodalanadi:

- **O‘rtacha qiymat**  $\mu_x(t)=E[x(t)]$
- **Avtokorrelyatsiya funksiyasi**  $R_x(t_1,t_2)=E[x(t_1)x(t_2)]$
- **Energiya spektral zichligi** (Wiener-Xinchin teoremasi): statsionar signallar uchun

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau$$

Bu ifoda shovqinli signallarni filtrlashda va optimal qabul qilgichlarni loyihalashda asosiy vosita hisoblanadi.

### 6. Amaliy tatbiqlar va bitiruvchi loyihalar uchun tavsiyalar

Bitiruv kursida uzluksiz signallarning matematik ifodalarini bilish quyidagi sohalarda bevosita qo‘llaniladi:

- Aloqa tizimlari: AM, FM, PM modulyatsiyalarida garmonik tashuvchi signallarni va ularning spektrlarini hisoblash.
- Raqamli signallarni qayta ishlash (DSP): uzluksiz signallarni namunalash (Kotelnikov teoremasi), qayta tiklash va anti-aliasing filtrlarni loyihalash.
- Avtomatik boshqaruv: uzatish funksiyalari, vaqtinchalik xarakteristikalar (og‘irlik funksiyasi – impulsga javob, o‘tish funksiyasi – pog‘onaga javob).
- Biomedikal muhandislik: EKG, EEG signallarini tahlil qilishda Furje va vaqt-chastota tasvirlari (spektrogrammalar).

### 7. Xulosa

Uzluksiz signallarning matematik ifodalari – bu nafaqat nazariy abstraktsiya, balki muhandislik amaliyotining ishchi quroli. Bitiruvchi talaba sifatida meni eng ko‘p hayratga soladigan jihat – bir xil signalni vaqt sohasida (differensial tenglama), chastota sohasida (Furje spektri) va kompleks o‘zgaruvchi sohasida (Laplas tasviri) ifodalash imkoniyatidir. Har bir usul muammoning qaysi jihati muhimligiga qarab tanlanadi. Kelajakdagi ilmiy va ishlab chiqarish faoliyatimda ushbu matematik apparatni mustahkam egallash innovatsion yechimlar yaratishga asos bo‘ladi.

### Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Oppenheim, A. V., Willsky, A. S. – Signals and Systems, Prentice Hall, 1997.
2. Proakis, J. G., Manolakis, D. K. – Digital Signal Processing, Pearson, 2007.
3. Haykin, S. – Communication Systems, Wiley, 2009.
4. Girod, B., Rabenstein, R., Stenger, A. – Signals and Systems, Wiley, 2001.