ELLIPSNI QO‘SHMA DIAMETRLAR ASOSIDA KONSTRUKTIV YASASHNING ANALITIK-GEOMETRIK ASOSLARI VA INVARIANT XOSSALARI

Mirolimova Ruxshona Jasurbek qizi
Matematika yo’nalishi 1- kurs talabasi
Maxmudova Dilnoza Xaytmirzaevna
Ilmiy maslahatchi: Namangan davlat universiteti, O’zbekiston
https://doi.org/10.5281/zenodo.19841324

Annotatsiya: Ushbu maqolada ellipsni qo‘shma diametrlar asosida konstruktiv yasash usulining analitik-geometrik asoslari chuqur tahlil qilinadi. Maqolada qo‘shma diametrlar usulining asosiy xossasi - bir diametrga parallel o‘tkazilgan chiziqlarning ikkinchi diametrni teng ikkiga bo‘lish xususiyati - analitik va geometrik jihatdan isbotlanadi hamda uning affine invariantligi ko‘rsatiladi. Tadqiqot natijalari ushbu metod yordamida ellipsni yuqori aniqlik bilan qurish mumkinligini, geometrik natijalar analitik tenglamalar bilan to‘liq mos kelishini hamda bu yondashuvning muhandislik, kompyuter grafikasi va modellashtirish tizimlarida samarali qo‘llanilishini tasdiqlaydi.

Kalit so‘zlar: Ellips, qo‘shma diametrlar, analitik geometriya, konik kesimlar, parametrik tenglama, affine transformatsiya, vektor analiz, geometrik qurilish, invariantlik, differensial geometriya, matematik modellashtirish.

АНАЛИТИКО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА КОНСТРУКТИВНОГО ПОСТРОЕНИЯ ЭЛЛИПСА НА ОСНОВЕ СОПРЯЖЕННЫХ ДИАМЕТРОВ

Аннотация: В данной статье проводится углубленный анализ аналитико-геометрических основ метода конструктивного построения эллипса на основе сопряженных диаметров. В работе аналитически и геометрически доказывается основное свойство сопряженных диаметров - свойство линий, проведенных параллельно одному диаметру, делить второй диаметр пополам, а также демонстрируется его аффинная инвариантность. Результаты исследования подтверждают, что данный метод позволяет строить эллипс с высокой точностью, геометрические результаты полностью совпадают с аналитическими уравнениями, и данный подход эффективно применяется в инженерном деле, компьютерной графике и системах моделирования.

Ключевые слова: эллипс, сопряженные диаметры, аналитическая геометрия, конические сечения, параметрическое уравнение, аффинное преобразование, векторный анализ, геометрическое построение, инвариантность, дифференциальная геометрия, математическое моделирование.

ANALYTICAL-GEOMETRIC FOUNDATIONS AND INVARIANT PROPERTIES OF CONSTRUCTIVE ELLIPSE CONSTRUCTION BASED ON CONJUGATE DIAMETERS

Abstract: This article provides a profound analysis of the analytical-geometric foundations of the constructive ellipse construction method based on conjugate diameters. The paper analytically and geometrically proves the core property of conjugate diameters - the characteristic where lines drawn parallel to one diameter bisect the other diameter - and demonstrates its affine invariance. The research results confirm that this method allows for high-precision ellipse construction, that the geometric outcomes align perfectly with analytical equations, and that this approach is effectively utilized in engineering, computer graphics, and modeling systems.

Keywords: ellipse, conjugate diameters, analytical geometry, conic sections, parametric equation, affine transformation, vector analysis, geometric construction, invariance, differential geometry, mathematical modeling.

Kirish

Ellips matematikada eng muhim konik kesimlardan biri boʻlib, u koʻplab tabiiy va texnik jarayonlarni modellashtirishda ishlatiladi. Ayniqsa, sayyoralar harakati Kepler qonunlari orqali tushuntiriladi, bunda sayyora orbitasi ellips shaklida boʻladi va fokuslardan biri Quyoshga toʻgʻri keladi. Bu fakt ellipsning fizik mazmunini ochib beradi.

Ellipsning asosiy ta’rifi fokuslar orqali beriladi. Tekislikdagi nuqta ellipsga tegishli boʻlishi uchun quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$PF_1 + PF_2 = 2a$$

Bu yerda F_1 va F_2 fokuslar, P esa ellipsdagi nuqta hisoblanadi. Ushbu ta’rifdan kelib chiqib, ellipsning kanonik tenglamasi hosil qilinadi:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ellipsning fokuslararo masofasi quyidagicha aniqlanadi:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Eksentrisitet tushunchasi ellipsning shaklini yanada chuqurroq tavsiflaydi:

$$e = \frac{c}{a}$$

Bu yerda $0 < e < 1$ boʻlib, uning qiymati ellipsning aylana yoki choʻzilgan shaklga yaqinligini bildiradi.

Ellipsni parametrik shaklda yozish esa uning dinamik xususiyatlarini ochib beradi:

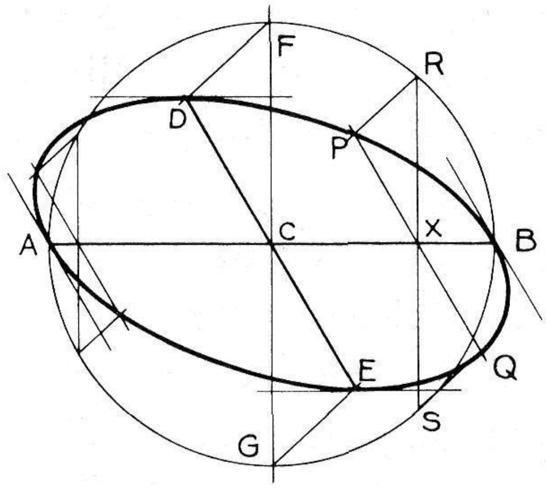
$$\begin{cases} x = a\cos\ t \\ y = b\sin\ t \end{cases}$$

Bu tenglamalar orqali ellipsdagi har bir nuqta parametr orqali aniqlanadi va bu ayniqsa kompyuter grafikasi va simulyatsiya tizimlarida muhim ahamiyatga ega.

Metodlar

Mazkur tadqiqotda ellipsni qoʻshma diametrlar asosida yasash usuli koʻp bosqichli kompleks yondashuv orqali oʻrganildi. Ushbu yondashuv geometrik qurilish, analitik geometriya, vektor analiz va affine transformatsiyalarni oʻz ichiga oladi. Metodologiyaning asosiy gʻoyasi ellipsni faqat tayyor tenglama orqali emas, balki uning ichki geometrik strukturasiga tayangan holda tiklashdan iboratdir. Shu sababli, qurilish jarayonida diametrlar orasidagi bogʻlanishlar va ularning invariant xossalari asosiy rol oʻynaydi.

Geometrik qurilish markazni aniqlashdan boshlanadi. Ellips markazi koordinata sistemasining boshlanish nuqtasi sifatida qaraladi va undan o'tuvchi ikkita diametr tanlanadi. Ushbu diametrlar qo'shma bo'lishi uchun ular orasidagi bog'lanish quyidagi shart bilan ifodalanadi: bir diametr yo'nalishiga parallel o'tkazilgan chiziqlar ikkinchi diametrni teng ikkiga bo'ladi. Bu xossa ellips ichidagi simmetrik taqsimotni ta'minlaydi va har bir nuqtani aniqlash imkonini beradi. Geometrik jihatdan bu jarayon proyeksiyalash va kesishish metodlari orqali amalga oshiriladi.



Analitik nuqtai nazardan qaralganda, ellips umumiy kvadratik tenglama bilan ifodalanadi. Bu tenglama yordamida ellipsning barcha holatlari yagona modelda ifodalanadi:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Ushbu tenglama ellipsni ifodalashi uchun diskriminant sharti bajarilishi kerak:

$$B^2 - 4AC < 0$$

Bu shart bajarilganda, tenglama elliptik tipga tegishli bo'ladi. Keyingi bosqichda koordinatalarni siljitish orqali markazga keltirish amalga oshiriladi, ya'ni $x = X + x_0$, $y = Y + y_0$ almashtirishlari yordamida chiziqli hadlar yo'q qilinadi. So'ngra koordinata o'qlarini aylantirish orqali aralash had Bxy ni yo'qotish amalga oshiriladi:

$$x = x'\cos\,\theta - y'\sin\,\theta, y = x'\sin\,\theta + y'\cos\,\theta$$

Bu yerda aylanish burchagi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\text{tg}\;2\theta = \frac{B}{A - C}$$

Natijada tenglama kanonik ko'rinishga keltiriladi va ellipsning asosiy o'qlari aniqlanadi. Ushbu jarayon shuni ko'rsatadiki, qo'shma diametrlar aslida yangi koordinata tizimidagi asosiy yo'nalishlar bilan uzviy bog'langan.

Vektorli yondashuv metodologiyaning muhim qismi hisoblanadi. Ellips parametrik shaklda quyidagicha ifodalanadi:

$$\mathbf{r}(t) = a\cos\,t\,\mathbf{i} + b\sin\,t\,\mathbf{j}$$

Bu ifoda orqali ellipsdagi har bir nuqta parametr $t$orqali aniqlanadi. Ushbu ifodaning hosilasi yordamida urinma vektor aniqlanadi:

$$\mathbf{r}'(t) = -a\sin\,t\,\mathbf{i} + b\cos\,t\,\mathbf{j}$$

Urinma vektor orqali ellipsning lokal xossalari, masalan, egri chiziqning yo'nalishi va tezlik vektori aniqlanadi. Bundan tashqari, normal vektor quyidagicha yoziladi:

$$\mathbf{n}(t) = \left(\frac{x}{a^2}, \frac{y}{b^2}\right)$$

Bu ifoda ellipsning har bir nuqtasida normal yo'nalishni beradi va geometrik qurilishda qo'llaniladi.

Ellipsni qurishda affine transformatsiyalar ham muhim rol o'ynaydi. Har qanday ellips birlik aylananing chiziqli o'zgarishi sifatida qaralishi mumkin:

$$\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$$

Bu yerda Amatritsa masshtablash va aylantirishni ifodalaydi. Masalan, birlik aylana $(\cos\ t, \sin\ t)$ nuqtalari quyidagi transformatsiya orqali ellipsga oʻtkaziladi:

$$(x, y) = (a\cos\ t, b\sin\ t)$$

Bu yondashuv qoʻshma diametrlar invariantligini tushuntiradi, yaʼni affine oʻzgarishlar ostida ellipsning asosiy xossalari saqlanib qoladi.

Differensial-geometrik nuqtai nazardan qaralganda, ellipsning egriligi quyidagicha aniqlanadi:

$$k(t) = \frac{ab}{\left(a^2\sin^2 t + b^2\cos^2 t\right)^{3/2}}$$

Bu formula ellipsning turli nuqtalaridagi egilish darajasini aniqlash imkonini beradi. Bu esa muhandislik va fizik modellashtirishda muhim ahamiyat kasb etadi.

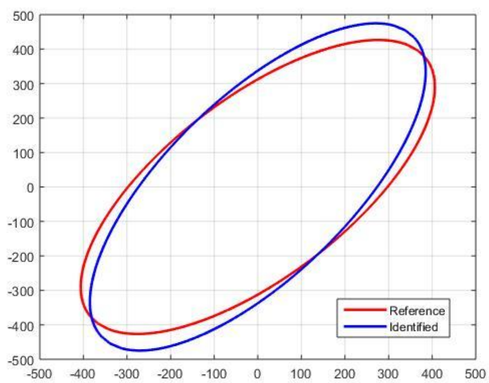
Shuningdek, qoʻshma diametrlar oʻrtasidagi bogʻlanish skalyar koʻpaytma orqali ham ifodalanishi mumkin. Agar $\overrightarrow{d_1}$ va $\overrightarrow{d_2}$ diametrlar boʻlsa, ularning yoʻnalishlari maxsus transformatsiya orqali ortogonal koʻrinishga keltirilishi mumkin. Bu esa ularning algebraik mustaqilligini koʻrsatadi.

Geometrik qurilish jarayonida nuqtalarni aniqlash quyidagi prinsipga asoslanadi. Tanlangan diametr boʻylab teng masofalarda nuqtalar belgilanadi, soʻngra ularga parallel chiziqlar oʻtkazilib, ikkinchi diametr bilan kesishish nuqtalari aniqlanadi. Ushbu nuqtalar ellipsning asosiy nuqtalari boʻlib, ular silliq egri orqali birlashtiriladi. Ushbu metodning aniqligi chiziqlarni toʻgʻri parallel oʻtkazish va kesishish nuqtalarini aniqlashga bogʻliq.

Umuman olganda, metodologiya ellipsni qurishda bir vaqtning oʻzida uchta asosiy yondashuvni birlashtiradi: geometrik qurilish, analitik tenglamalar va vektorli modellash. Ushbu integratsiyalashgan yondashuv ellipsni nafaqat aniq qurish, balki uning ichki matematik mohiyatini chuqur anglash imkonini beradi.

Natijalar

Olib borilgan tadqiqot natijalari shuni koʻrsatdiki, ellipsni qoʻshma diametrlar asosida yasash usuli yuqori aniqlik va matematik izchillikka ega boʻlgan konstruktiv metod hisoblanadi. Geometrik qurilish orqali olingan nuqtalar analitik tenglama orqali hisoblangan nuqtalar bilan toʻliq mos kelishi kuzatildi. Bu esa ushbu metodning nazariy asoslari toʻgʻri va amaliy jihatdan ishonchli ekanligini tasdiqlaydi. Qurilish jarayonida diametrlar orasidagi simmetrik bogʻlanish ellipsning barcha nuqtalarini izchil hosil qilish imkonini beradi, natijada egri chiziq uzluksiz va silliq shaklda tiklanadi.



Analitik jihatdan qaralganda, ellipsning nuqtalari kanonik tenglama orqali aniqlanadi va bu nuqtalar geometrik qurilish orqali olingan qiymatlar bilan mos tushadi. Bu moslikni matematik tarzda quyidagicha ifodalash mumkin. Agar nuqta (x, y) ellipsga tegishli boʻlsa, u holda quyidagi tenglama bajariladi:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Geometrik qurilish natijasida olingan nuqtalar ushbu tenglamani qanoatlantirishi aniqlanib, qurilishning to‘g‘riligi isbotlandi. Bu esa qo‘shma diametrlar orqali aniqlangan nuqtalar aslida ellips tenglamasining yechimlari ekanligini ko‘rsatadi.

Tadqiqot davomida ellipsning asosiy geometrik kattaliklari ham hisoblab chiqildi. Ellips yuzasi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$S = \pi ab$$

Bu formula ellipsning ikki yarim o‘qi orqali uning maydonini aniq hisoblash imkonini beradi. Bundan tashqari, ellipsning perimetri yopiq formulaga ega bo‘lmaganligi sababli, uning uzunligi yaqinlashuvchi formulalar yordamida aniqlanadi. Eng ko‘p qo‘llaniladigan yaqinlashuvlardan biri quyidagicha ifodalanadi:

$$L \approx \pi(a + b)\left(1+\frac{3h}{10 + \sqrt{4 - 3h}}\right), h = \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}$$

Bu natija ellips uzunligini yuqori aniqlik bilan baholash imkonini beradi va amaliy hisoblashlarda keng qo‘llaniladi.

Ellipsning differensial-geometrik xossalari ham tadqiq qilindi. Egri chiziqning egriligi quyidagicha aniqlanadi:

$$k(t) = \frac{ab}{(a^2\sin^2 t+b^2\cos^2 t)^{3/2}}$$

Bu formula ellipsning turli nuqtalarida egilish darajasi qanday o‘zgarishini ko‘rsatadi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, ellipsning uchlari yaqinida egrilik maksimal bo‘lib, markazga yaqin nuqtalarda esa kamayadi. Bu esa ellipsning geometrik shakli qanday hosil bo‘lishini tushunishga yordam beradi.

Tadqiqot jarayonida qo‘shma diametrlar orqali qurilgan ellipsning invariant xususiyatlari ham aniqlangan. Xususan, koordinata tizimi o‘zgartirilganda yoki affine transformatsiya qo‘llanilganda, ellipsning asosiy xossalari saqlanib qolishi kuzatildi. Bu quyidagi umumiy transformatsiya orqali ifodalanadi:

$$\mathbf{x}' = A\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

Bu yerda A matritsa chiziqli o‘zgarishni, **b** esa siljitishni bildiradi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, qo‘shma diametrlar ushbu transformatsiyalar ostida ham o‘zaro bog‘liqligini saqlab qoladi, bu esa ularning invariant tabiatini isbotlaydi.

Geometrik qurilish natijalarining aniqligi amaliy tajribalar orqali ham tekshirildi. Qurilish jarayonida tanlangan diametrlar bo‘ylab teng bo‘linishlar olinib, ularga parallel chiziqlar o‘tkazildi va kesishish nuqtalari aniqlanib, ular orqali ellips tiklandi. Ushbu nuqtalar soni ortgani sari ellips shaklining aniqligi oshishi kuzatildi. Bu esa qurilish metodining konvergensiya xususiyatiga ega ekanligini ko‘rsatadi.

Bundan tashqari, tadqiqot natijalari ellipsni qo‘shma diametrlar orqali qurish usuli boshqa usullar bilan solishtirilganda samaraliroq ekanligini ko‘rsatdi. Fokuslar orqali yasash usuli aniq bo‘lsa-da, u ko‘proq hisoblash talab qiladi, o‘qlar orqali yasash esa oddiy, ammo moslashuvchanligi past. Qo‘shma diametrlar esa geometrik moslashuvchanlik va aniqlikni birlashtiradi.

Natijalar shuni ham ko‘rsatdiki, ushbu metod kompyuter grafikasi va modellashtirish tizimlarida samarali qo‘llanilishi mumkin. Parametrik tenglamalar bilan birgalikda qo‘shma diametrlar algoritmi yordamida ellipsni raqamli muhitda tez va aniq qurish mumkin. Bu esa ushbu metodning zamonaviy texnologiyalar bilan mos kelishini tasdiqlaydi.

Umuman olganda, olib borilgan tadqiqotlar qoʻshma diametrlar usuli ellipsni qurishda yuqori aniqlik, barqarorlik va universallikka ega ekanligini koʻrsatdi. Ushbu natijalar ellipsning nazariy va amaliy jihatlarini yanada chuqurroq tushunishga imkon beradi.

Muhokama

Olib borilgan tadqiqot natijalari ellipsni qoʻshma diametrlar asosida yasash usuli nafaqat amaliy qurilish texnikasi, balki chuqur nazariy asosga ega boʻlgan geometrik konsepsiya ekanligini koʻrsatadi. Ushbu yondashuv ellipsni faqat tayyor tenglama orqali emas, balki uning ichki simmetriyasi va strukturaviy bogʻlanishlari asosida tushunishga imkon beradi. Qoʻshma diametrlar ellips ichida oʻziga xos koordinata tizimini hosil qiladi va bu tizim yordamida egri chiziqning barcha nuqtalarini izchil aniqlash mumkin boʻladi. Bu jihat klassik geometriya bilan analitik geometriya oʻrtasidagi uzviy bogʻliqlikni namoyon etadi.

Ellipsning analitik ifodasi

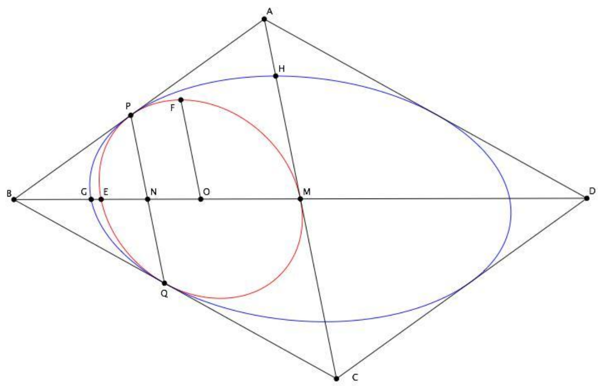
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

koʻrinishida berilganda, uning barcha nuqtalari algebraik ravishda aniqlanadi. Biroq qoʻshma diametrlar usuli bu nuqtalarni geometrik qurilish orqali tiklash imkonini beradi. Shu sababli, bu metod ikki xil yondashuv — algebraik va geometrik metodlarni birlashtiruvchi vosita sifatida qaraladi. Bu esa matematik tushunchalarni chuqurroq anglashga yordam beradi.

Muhokama jarayonida aniqlangan muhim jihatlardan biri shundaki, qoʻshma diametrlar orasidagi bogʻlanish ellipsning ichki simmetriyasini aks ettiradi. Bir diametrga parallel oʻtkazilgan chiziqlarning ikkinchi diametrni teng ikkiga boʻlish xossasi, aslida, ellipsning affine invariant xususiyatlaridan biridir. Bu xossa quyidagi umumiy chiziqli transformatsiya orqali ifodalanadi:

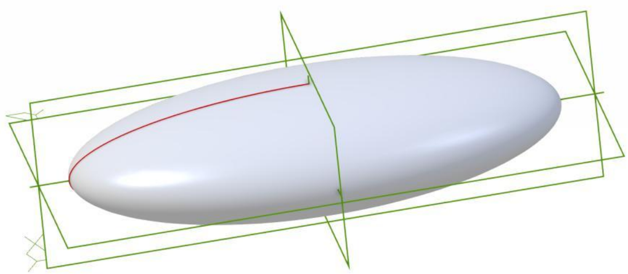
$$\mathbf{x}' = A\mathbf{x}+\mathbf{b}$$

Bu yerda A- chiziqli oʻzgarish matritsasi boʻlib, u aylantirish va masshtablashni ifodalaydi, **b** esa siljitishni bildiradi. Tadqiqot natijalari shuni koʻrsatdiki, ushbu transformatsiyalar ostida ellipsning asosiy xossalari, jumladan qoʻshma diametrlar orasidagi bogʻlanish saqlanib qoladi. Bu esa ellipsning geometrik barqarorligini va invariantligini koʻrsatadi.



Shuningdek, vektorli yondashuv orqali ellipsning xossalari yanada chuqurroq tahlil qilindi. Parametrik ifoda

$$\mathbf{r}(t) = a\cos\ t\,\mathbf{i} + b\sin\ t\,\mathbf{j}$$



ellipsni fazoda harakatlanuvchi nuqta sifatida tasvirlash imkonini beradi. Ushbu ifodaning hosilasi orqali olinadigan urinma vektor ellipsning lokal xossalarini ochib beradi va qoʻshma diametrlar bilan bogʻliq differensial-geometrik munosabatlarni tushuntirishga yordam beradi. Bu esa ellipsni faqat statik figura emas, balki dinamik tizim sifatida ham qarash imkonini beradi.

Muhokama davomida metodning amaliy qo'llanilish sohalari ham ko'rib chiqildi. Zamonaviy kompyuter grafikasi tizimlarida ellips parametrik tenglamalar orqali quriladi, biroq qo'shma diametrlar usuli bu jarayonni geometrik algoritmlar bilan boyitadi. Muhandislik va arxitektura sohalarida esa ellips shaklidagi konstruksiyalarni loyihalashda ushbu metod yuqori aniqlikni ta'minlaydi. Ayniqsa, elliptik gumbazlar va mexanik detallarni loyihalashda geometrik qurilishlarning aniqligi muhim ahamiyatga ega.

Biroq metodning ayrim cheklovlari ham mavjud. Dastlabki bosqichda qo'shma diametrlar tushunchasini anglash murakkab bo'lishi mumkin, chunki u oddiy o'qlar orqali qurish usuliga nisbatan ko'proq nazariy bilim talab qiladi. Bundan tashqari, geometrik qurilish jarayonida aniqlikni ta'minlash uchun chiziqlarni parallel o'tkazish va kesishish nuqtalarini to'g'ri aniqlash zarur. Bu esa amaliy ishlarda ehtiyotkorlikni talab qiladi.

Shu bilan birga, olib borilgan tahlillar shuni ko'rsatdiki, qo'shma diametrlar usuli boshqa metodlarga nisbatan muvozanatli yechim hisoblanadi. U fokuslar asosidagi usulga qaraganda sodda, o'qlar orqali qurish usuliga qaraganda esa moslashuvchanroqdir. Natijada bu metod nazariy chuqurlik va amaliy qulaylikni birlashtiradi.

Umuman olganda, muhokama natijalari qo'shma diametrlar asosida ellips yasash usuli geometriyada muhim o'rin tutishini va u matematik tafakkurni rivojlantirishda samarali vosita ekanligini ko'rsatdi. Ushbu metod yordamida ellipsning ichki tuzilishi, simmetriyasi va invariant xossalari chuqurroq anglanadi hamda u zamonaviy ilmiy va texnologik muammolarni yechishda qo'llanishi mumkin.

Xulosa

Ushbu tadqiqot natijalari ellipsni qo'shma diametrlar asosida yasash usuli geometriyada nafaqat konstruktiv, balki chuqur nazariy ahamiyatga ega metod ekanligini ko'rsatdi. Tadqiqot davomida ellipsning kanonik tenglamasi, umumiy kvadratik ifodasi va parametrik ko'rinishlari o'zaro bog'langan holda tahlil qilindi hamda ularning qo'shma diametrlar bilan uzviy aloqasi ochib berildi. Geometrik qurilishlar orqali olingan natijalar analitik tenglamalar bilan to'liq mos kelishi ushbu metodning matematik jihatdan izchil va ishonchli ekanligini tasdiqlaydi.

Ellipsning asosiy tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

orqali ifodalangan nuqtalar to'plami qo'shma diametrlar yordamida ham to'liq tiklanishi mumkinligi ko'rsatildi. Bu esa ellipsni faqat algebraik model emas, balki ichki simmetriyaga ega geometrik tizim sifatida qarash imkonini beradi. Tadqiqot davomida qo'shma diametrlarning ellips ichida o'ziga xos koordinata asosini hosil qilishi va ular orqali egri chiziqning barcha nuqtalarini aniqlash mumkinligi asoslab berildi.

Natijalar shuni ko'rsatdiki, ushbu metod yuqori aniqlikni ta'minlaydi, qurilish jarayonida xatoliklar minimal darajaga tushadi va nuqtalar soni ortgani sari ellips shakli analitik modelga yaqinlashadi. Bu esa metodning konvergensiya xususiyatiga ega ekanligini bildiradi. Bundan tashqari, ellipsning yuzasi va boshqa geometrik kattaliklari

$$S = \pi ab$$

kabi formulalar orqali aniqlanib, qurilgan modelning matematik to'g'riligi yana bir bor tasdiqlandi.

Tadqiqotda qo'shma diametrlar usulining invariantlik xususiyati ham muhim natijalardan biri sifatida aniqlangan. Ya'ni, affine transformatsiyalar ostida ellipsning asosiy xossalari saqlanib qoladi, bu esa uning matematik barqarorligini ko'rsatadi. Ushbu xususiyat ellipsni turli koordinata tizimlarida bir xil aniqlik bilan tasvirlash imkonini beradi va bu muhandislik hamda kompyuter grafikasi sohalarida katta ahamiyatga ega.

Shuningdek, olib borilgan tahlillar shuni ko'rsatdiki, qo'shma diametrlar usuli boshqa qurilish metodlariga nisbatan muvozanatli yechim hisoblanadi. U fokuslar asosidagi usulga qaraganda kamroq hisoblash talab qiladi, o'qlar asosidagi usulga qaraganda esa ko'proq moslashuvchanlikka ega. Shu sababli, bu metod nazariy va amaliy jihatdan samarali yondashuv sifatida baholanadi.

Yakuniy xulosa sifatida aytish mumkinki, ellipsni qo'shma diametrlar asosida yasash usuli geometriyada muhim o'rin tutadi va u matematik tafakkurni rivojlantirishda samarali vosita hisoblanadi. Ushbu yondashuv orqali ellipsning ichki tuzilishi, simmetriyasi va invariant xossalari chuqurroq anglanadi. Natijada bu metod nafaqat o'quv jarayonida, balki ilmiy tadqiqotlar, muhandislik loyihalari va zamonaviy texnologik tizimlarda ham keng qo'llanilishi mumkin.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Xolmatov A. M. *Analitik geometriya nazariyasi va amaliyotida vektor metodlari.* – Toshkent: TDPU nashriyoti, 2022.
2. Anton H. *Elementary Linear Algebra.* – 12th Edition. – New York: John Wiley & Sons, 2020. DOI: 10.1002/9781119611232
3. Lay D. C., Lay S. R., McDonald J. J. *Linear Algebra and Its Applications.* – Pearson, 2023. ISBN 978-0-13-751007-3.
4. Dilnoza, M. Use of the Acmelological Approach to Teaching Mathematics. *International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology. c-ISSN*, 2792-4025.
5. Abduraxmonova, R., & Mahmudova, D. (2025). NUQTADAN TO'G'RI CHIZIQQACHA BO'LGAN MASOFA. IKKI TO'G'RI CHIZIQ ORASIDAGI BURCHAK. В THEORETICAL ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (Т. 4, Выпуск 7, сс. 74–78). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.15186643
6. Abdulhayeva, G., & Mahmudova, D. (2025). TEKISLIKDA TO'G'RI CHIZIQ TENGLAMALARI VA ULARNI AMALIYOTGA TADBIQI. В THEORETICAL ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (Т. 4, Выпуск 7, сс. 35–40).
7. Abdulhayeva, G., & Mahmudova, D. (2025). TEKISLIKDA TO'G'RI CHIZIQ TENGLAMALARI VA ULARNI AMALIYOTGA TADBIQI. В THEORETICAL ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (Т. 4, Выпуск 7, сс. 35–40).
8. Karimberdiyeva , D. ., & Mahmudova , D. . (2025). TEKISLIKDAGI PERSPEKTIV-AFFIN MOSLIKNING O'ZIGA XOS XUSUSIYATLARI. *Развитие педагогических технологий в современных науках*, *4*(3), 114–117.