



IKKI VEKTOR ORASIDAGI BURCHAK KOSINUSI

Dinora Sobirova

Ajiniyoz nomidagi NDPI Fizika va Matematika
fakulteti talabasi

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15300273>

ARTICLE INFO

Qabul qilindi: 20-Aprel 2025 yil

Ma'qullandi: 25-Aprel 2025 yil

Nashr qilindi: 29-Aprel 2025 yil

KEYWORDS

Ikki vektor, burchak, kosinus, vektorlar orasidagi burchak, geometriya, algebra, skalyar ko'paytma.

ABSTRACT

Ushbu maqolada ikki vektor orasidagi burchakning kosinusi tushunchasi va uning matematik formulasi keltirilgan. Vektorlar orasidagi burchakni hisoblashda kosinus funksiyasining qanday ishlashi, shuningdek, uning geometrik va algebraik talqinlari muhokama qilinadi. Ushbu mavzu fizika, geometriya va kompyuter grafikasi kabi sohalarida keng qo'llaniladi. Maqolada bu tushunchalar amaliy misollar orqali tushuntirilgan.

Ikki vektor orasidagi burchakni hisoblash matematika va fizika sohalarida keng qo'llaniladigan muhim masalalardan biri hisoblanadi. Bu burchakning kosinusi orqali vektorlar orasidagi geometrik va algebraik munosabatlarni aniqlash mumkin. Vektorlar orasidagi burchakni topishda kosinus funksiyasi asosiy o'rinda turadi. Kosinus formulasi skalyar ko'paytma orqali ifodalanadi, bu esa vektorlar orasidagi burchakning aniq qiymatini hisoblashga yordam beradi. Ushbu mavzu geometriya, algebra va fizikadagi turli amaliy masalalarda, shuningdek, kompyuter grafikasi va sun'iy intellekt sohalarida qo'llaniladi. Mazkur maqolada ikki vektor orasidagi burchak kosinusi tushunchasi, uning matematik asoslari va amaliy qo'llanilishi keng muhokama qilinadi.

Vektor — bu modul (ya'ni uzunlik) va yo'nalishga ega bo'lgan matematik obyekt bo'lib, ko'p hollarda geometriya, fizika, muhandislik hamda informatika fanlarida keng qo'llaniladi. Har bir vektor fazodagi biror yo'nalgan to'g'ri chiziq bo'ylab harakatni ifodalaydi. Matematik jihatdan vektorlar sonli to'plamlar sifatida ifodalanadi:

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n) \text{ va } B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

Geometriya fanida ikki vektor orasidagi burchak kosinusi, shakllar va obyektlar orasidagi fazodagi o'zaro joylashuvni aniqlashda muhim vosita hisoblanadi. Masalan, ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlashda ularning yo'nalish vektorlari olinadi va ular orasidagi burchak quyidagi formulaga asosan topiladi:

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|a| * |b|}$$

Bu formuladan foydalanib, ikki chiziq orasidagi burilish burchagini aniq o'lchash mumkin. Bundan tashqari, uchburchak, parallelogramm, yoki boshqa geometrik shakllar ichidagi burchaklarni hisoblashda vektorlar yordamida ancha qulay va aniq yondashuvga erishiladi. Fazoviy geometriyada esa tekisliklar yoki fazodagi uch nuqta orasidagi burilish burchagi aniqlanadi. Misol uchun, har bir uchburchakning ichki burchaklarini vektorlar orqali

topish, murakkab figuralarni tahlil qilishda ko'p hollarda geometriyada qo'llaniladi. Algebra fanida esa vektorlar va ular orasidagi burchaklar yordamida murakkab algebraik munosabatlar tahlil qilinadi. Kosinus formulasidan foydalanish orqali, vektorlar orasidagi skalyar ko'paytma aniqlanadi:

$$\vec{a} * \vec{b} = |a| * |b| \cos \varphi$$

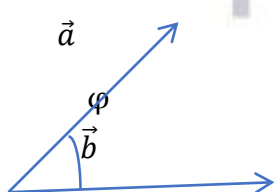
Bu formula yordamida noma'lum burchak yoki noma'lum uzunlik (modul) topilishi mumkin. Ayniqsa, analitik geometriya va vektorli algebra bo'limlarida bu formuladan tenglamalarni yechishda, o'zaro perpendikulyar yoki parallel vektorlarni aniqlashda, hatto sistemalarni tahlil qilishda keng foydalaniladi. Shuningdek, bu tushuncha determinantlar, matritsalar va vektor fazolari bilan bog'liq bo'lgan algebraik tushunchalarni o'rganishda ham qo'llaniladi. Algebra va geometriya o'rtasidagi bog'liqlik aynan mana shu kosinus va skalyar ko'paytma formulasi orqali mustahkamlanadi.

Geometrik nuqtai nazardan, burchak — bu ikki vektor orasida hosil bo'ladigan burilish o'lchovi bo'lib, ikki to'g'ri chiziq yoki yo'nalish orasidagi farqni ko'rsatadi. Ikki vektor orasidagi burchak φ orqali belgilanadi. Bu burchak 0° dan 180° gacha bo'lishi mumkin va u vektorlar o'zaro qanday yo'nalganligini bildiradi

Kosinus — bu trigonometriyada keng qo'llaniladigan funktsiya bo'lib, burchakning yonidagi katetning gipotenuzaga nisbati sifatida ta'riflanadi. Ikki vektor orasidagi burchakni aniqlashda kosinus asosiy rol o'ynaydi. Vektorlar orasidagi burchak quyidagi formula yordamida topiladi: $\cos \varphi = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|a| * |b|}$

Ta'rif: Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi deb, shu vektorlar modullarining ular orasidagi burchak kosinusi bilan ko'paytmasiga aytiladi. \vec{a} va \vec{b} vektorlar skalyar ko'paytmasi $\vec{a} * \vec{b}$ ko'rinishda belgilanadi. Demak,

$\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \cos \varphi$ bu yerda φ \vec{a} va \vec{b} vektorlar orasidagi burchak.



$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|a| * |b|}$$

$\vec{a} * \vec{b}$ ko'paytma sonidan iborat

Misol: $\vec{a}(2,2,3)$ va $\vec{b}(2,4,3)$ vektorlar berilgan. Berilgan vektorlarning orasidagi burchak kosinusini toping.

Yechish:

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|a| * |b|} = \frac{2*2+2*4+3*3}{\sqrt{2^2+2^2+3^2} \sqrt{2^2+3^2+4^2}} = \frac{21}{\sqrt{17} \sqrt{29}} = \frac{21}{\sqrt{493}}$$

$$\varphi = \arccos \frac{21}{\sqrt{493}}$$

$$\text{Javob: } \varphi = \arccos \frac{21}{\sqrt{493}}$$

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Karimov, A.A., & Jo'rayev, B.M. (2019). Chiziqli algebra va geometriya. Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti.

2. Musayev, N.M. (2020). Matematik analiz va vektorlar nazariyasi asoslari. Samarqand: SamDU nashriyoti.
3. Axmadaliev, U.S. (2018). Analitik geometriya. Toshkent: Fan nashriyoti.



INNOVATIVE
ACADEMY