



MAXSUS MODELLASHTIRISH USULLARINING NOTEKIS TAQSIMOTI.

Mirzaakbarova M.K.

Far'ona davlat universiteti matematika -informatika fakulteti
magistranti

<https://doi.org/10.5281/zenodo.10518147>

ARTICLE INFO

Qabul qilindi: 06-January 2024 yil

Ma'qullandi: 10- January 2024 yil

Nashr qilindi: 16- Januay 2024 yil

KEY WORDS

Inversiya, funksiya, metod, modellashtirish, realizatsiya, segment, ordinate, eksponensial, diskret.

ABSTRACT

Mazkur maqolada matematik modellashtirishga taaluqli bo'lgan maxsus modellashtirish usullarining notekis taqsimoti keltirilgan bo'lib, Smirnovning doimiy ordinata usuli tarqatish xususiyatlarini haqida, Puassonning normal va oddiy bog'liqlik taqsimotlari, Proxorov va Rozanov munosabatlari va ko'rsatkich taqsimoti haqida batafsil xisoblashlar amalga oshirilgan.

Odatda, usullar ikkiga bo'linadi: umumiy va maxsus usullargaga. Lekin bu qarashni ma'lum darajada o'zboshimchalik deb ham qarash mumkin. Masalan, I. V. Smirnov (inversiya formulalari)ning, doimiy ordinata usuli tarqatish xususiyatlarini hisobga olgan holda qo'llash, u yoki bu usulning muvaffaqiyatli qo'llanilishi tavsiya etadi. Umumiy usullar orasida biz hech bo'lmaganda nazariy jihatdan o'zboshimchalik bilan taqsimlashni simulyatsiya qilishga imkon beradigan usullarni olishimiz mumkin. Odatda, maxsus usullar juda tor sinfga yoki ma'lum bir taqsimotga qo'llanilishi mumkin bo'lgan usullar deb hisoblanadi. Kop hollarda, haqiqiy muammolarda, tez-tez uchraydigan, o'ziga xos taqsimotlarni ko'rib chiqishga to'g'ri keladi (masalan, Puasson normal va oddiy bog'liqlik taqsimotlari).

Tarqatishlarni modellashtirishda nazariy jihatdan ma'lum bo'lgan alohida turlari keng qo'llaniladi: tasodifiy o'zgaruvchilar taqsimoti o'rtasidagi munosabatlarning ehtimolliklari; chegara teoremlari va ba'zilar raqamli tahlil formulalari.

Proxorov va Rozanov munosabatlaridan kelib chiqib,

1. Agar η tasodifiy miqdor $\xi_1, \dots, \xi_S$, tasodifiy miqdorlarning funktsiyasi bo'lsa, $\eta = f(\xi_1, \dots, \xi_S)$ va $\varphi(x_1, \dots, x_S)$ - birgalikda taqsimlash zichligi hisoblanadi $\xi_1, \dots, \xi_S$, bu

$$P\{c \leq \eta \leq d\} = \int_{c \leq f(x_1, \dots, x_S) \leq d} \dots \int \varphi(x_1, \dots, x_S) dx_1 \dots dx_S. \quad (1)$$

2. Agar tasodifiy o'zgaruvchilar $\xi_1, \dots, \xi_S$ va $\eta_1, \dots, \eta_S$ bo'lsa birgalikda taqsimlash zichligiga ega $p \in (x_1, \dots, x_S)$ va $p_H \in (y_1, \dots, y_S)$ mos ravishda va $\eta_i = f_i(\xi_1, \dots, \xi_S)$ ($i=1, \dots, S$) — dan aylantirish nolga teng bo'lmagan

yakobiyan $\Phi = \frac{\partial(f_1, \dots, f_s)}{\partial x_1 \dots \partial x_s}$, u holda zichliklar p_e va p_H munosabatlari bilan bog'langan boladi

$$p_H(y_1, \dots, y_s) = p_e(f_1(x_1, \dots, x_s), \dots, f_s(x_1, \dots, x_s)) \cdot |\Phi|. \quad (2)$$

3. Agar ξ_1 va ξ_2 — mustaqil tasodifiy o'zgaruvchilar, zichliklar $p_1(x)$ va $p_2(x)$ mos ravishda, keyin zichlik $\xi_1 + \xi_2$ yig'indisi taqsimotining $p(y)$ ga teng bo'ladi

$$p(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_1(y-x)p_2(x)dx \quad (\text{bu konvolyutsiya formulasi hisoblanadi}). \quad (3)$$

Bu va boshqa ba'zi munosabatlar ko'pincha ξ tasodifiy o'zgaruvchini amalga oshirish uchun aniq ifodani olish imkonini beradi

$$\xi = f(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \quad (4)$$

ξ ni realizatsiya qilishning bunday tasviri hisoblash nuqtai nazaridan juda qulaydir. Dastlab, ξ ni (4) shakldagi formula bilan ifodalashning eng oddiy misollarini ko'rib chiqaylik.

Misol 1. (3) formulaga asoslanib, shuni yozishimiz mumkin. $\xi = \alpha_1 - \alpha_2$ taqsimot zichligiga ega quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$p_\xi(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & x \in [-1, +1], \\ 0, & x \notin [0, 1]. \end{cases}$$

Endi ikkinchi misolni ko'raylik,

Misol 2. $\xi^{(n)} = \max(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ bo'lgani uchun

$$p_{\xi^{(n)}}(x) = \begin{cases} nx^{n-1}, & x \in [0, 1], \\ 0, & x \notin [0, 1]. \end{cases}$$

Haqiqatan ham, agar $\xi_2 = \max(\alpha_1, \alpha_2)$ bo'lsa, bizning formulamiz quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$\begin{aligned} p\{\xi_2 \leq x\} &= p\{\alpha_1 \leq x \mid \alpha_2\} + p\{\alpha_2 \leq x \mid \alpha_2 \geq \alpha_1\} = \\ &= \int_0^x dx \int_0^1 x(x : x > y)dy + \int_0^x dy \int_0^1 x(y : y \geq x)dx = \int_0^x 2x dx. \end{aligned}$$

Ishda shunga o'xshash dalillar keltirilishi mumkin ixtiyoriy n va $\xi^{(n)} = \min(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ holat uchun.

Agar $\xi^{(n)} = \min(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ bo'lsa, u holda

$$p_{\xi^{(n)}}(x) = \begin{cases} n(1-x)^{n-1}, & x \in [0, 1], \\ 0, & x \notin [0, 1]. \end{cases}$$

G. A. Mixaylov tasodifiy o'zgaruvchilarning alohida sinflarini o'rgangan, ularni modellashtirish uchun (4) formulaning qulayroq shakllarini ko'rsatish mumkin. Mana, ulardan ba'zi natijalari.

Ta'rif1. $\varphi(x)$ -taqsimot zichligi, uzluksiz va monoton ravishda $x > 0$ kabi kamayuvchi bo'lsin va $x < 0$ uchun nolga teng va chekli chegara bo'lishi shart emas.

$$\lim_{x \downarrow 0} \varphi(x) = M.$$

Agar tasodifiy miqdor η ehtimollik zichligi bilan taqsimlangan bo'lsa, $\psi(y) = \varphi^{-1}(y)$,

$0 < y < M$, va α taqsimlanadi $[0,1]$ bo'yicha bir xil, keyin tasodifiy o'zgaruvchi

$$\xi = \alpha \varphi^{-1}(\eta) \quad (5)$$

$\varphi(x)$ ehtimollik zichligi bilan taqsimlangan bo'ladi.

Isbot. Shubhasiz, $\psi(y)$ - zichlikdir. (O'qlarni almashtirish koordinata o'qlari va $y = \varphi(x)$ egri chizig'i bilan chegaralangan maydon o'zgartmaydi.) Ruxsat etilgan $\eta = y_0$ ξ segmentda bir xilda taqsimlanadi. $[0, \varphi^{-1}(y_0)]$. U holda tasodifiy nuqta ξ , η bir xil bo'ladi Maydonda tarqalgan

$$(0 \leq y \leq M; 0 \leq x \leq \varphi^{-1}(y))$$

Avvalgi ta'rifda keltirilganidek:

Agar Ξ - tasodifiy o'zgaruvchi bo'lsa, ehtimollik zichligi $c\varphi(x)$ va ξ bilan taqsimlanadi. har bir $\Xi = x$ intervalda bir xil taqsimlanadi $[0, c\varphi(x)]$, keyin tasodifiy vektor (Ξ, ξ) tengsizliklar bilan aniqlangan $s+1$ o'lchovli maydonda bir xil taqsimlanadi).

$$a_1 \leq x_1 \leq b_1, \dots, a_s \leq x_s \leq b_s,$$

$$0 \leq x_{s+1} \leq c\varphi(x_1, \dots, x_s).$$

Shuning uchun maydonnda

$$(0 < x < +\infty; 0, y < \varphi^{-1}(x))$$

Va bu, aytib o'tilgan taklifga asosanib, ξ shuni anglatadi bu $\varphi(x)$ zichlik bilan taqsimlanadi.

Misollar.

$$1. \varphi(x) = -\log x, 0 \leq x \leq 1, \xi = \alpha_1 \alpha_2.$$

$$2. \varphi(x) = \arccos x, 0 \leq x \leq 1, \xi = \alpha_1 \sqrt{1 - \alpha_2^2}.$$

Xuddi shunday xarakterga ega

Ta'rif2. $\varphi(x)$ - nolga teng doimiy differentsial zichlik bo'lsin

$x \leq 0$ va $\varphi(x) + \varphi'(x) > 0$ da $x > 0$. U holda

$$\psi(y) = \varphi(y) + \varphi'(y) = [\varphi(y)e^y]'e^{-y}$$

zichligi xisoblanadi, agar η - tasodifiy qiymat $\psi(y)$ zichlik bilan taqsimlangan tasodifiy miqdor bo'lsa, u holda $\xi = -\log \alpha + \eta$ ifoda $\varphi(x)$ qonuniga muvofiq taqsimlanadi.

Isbot.

$$\int_0^\infty \psi(y) dy = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A [\varphi(y) + \varphi'(y)] dy = \lim_{A \rightarrow \infty} \left[\int_0^A \varphi(y) dy + \varphi(A) \right].$$

Chegara mavjud, chunki $\psi(y) \geq 0$, φ — zichlik va birlikka teng. Shunday qilib, ψ zichlik.

Uchun tarqatish zichligi — $\log \alpha e^{-z}$ ($z > 0$).

Yuqorida keltirilgan konvolyutsiya formulasi bo'yicha (3) tarqatish zichligi $p_\xi(t)$ tasodifiy o'zgaruvchi ξ mavjud

$$p_\xi(t) = \int_0^t [\varphi(y)e^y]'e^{-y}e^{-t+y} dy = e^{-t} \int_0^t [\varphi(y)e^y]' dy = \varphi(t),$$

buni isbotlash kerak edi.

Misol. $\varphi(x) = ce^{-x} sh(2\sqrt{x}),$

$$\psi(y) = c[e^{-y} sh\sqrt{y} e^y] e^{-y} = ce^{-y} \frac{ch\sqrt{y}}{\sqrt{y}}.$$

Bunday taqsimot zichligi $\eta = (u + \sqrt{2})^2 / 2$ qiymatiga ega, bu yerda u o'rtacha bilan normal taqsimlanadi,

ya'ni 0 va dispersiya 1

$$\xi = [(u + \sqrt{2})^2 / 2 - \log \alpha]. \quad (6)$$

(4) formula ko'rinishidagi tasodifiy o'zgaruvchilarning taqdimotini o'rganish uchun asosiy imkoniyat quyidagi (1) formula bilan berilgan. Biroq, uni to'g'ridan-to'g'ri ishlatish juda murakkab hisob-kitoblarni talab qiladi. Shuning uchun tarif1, tarif2 larga o'xshash, muayyan holatlarda juda qiziq bo'lishi mumkin. Keyinchalik, amaliyotda tez-tez uchrab turadigan ba'zi bir maxsus taqsimotlarni modellashtirish usullarini ham ko'rib chiqamiz mumkin. Yana e'tiborli narsalardan biri bo'lgan ko'rsatkich taqsimotini ko'rib chiqaylik.

1. Ko'rsatkich taqsimoti. Bizda tegishli zichlik mavjud bo'lib, u quyidagidan iborat

$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} f(x) e^{-\int_0^x f(t) dt}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (7)$$

bu erda $f(x)$ — manfiy bo'lmagan funksiya bo'lib, istalgan chekli intervalda $[0, A]$, m integrallanadi.

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A f(t) dt = +\infty.$$

Puasson taqsimoti va Puasson tasodifiy jarayoni eksponensial taqsimot bilan chambarchas bog'liq. Puasson taqsimoti diskret bo'lib, tegishli tasodifiy o'zgaruvchi i qiymatini qabul qiladi.

($i = 0, 1, \dots$) ehtimollik bilan $p_i = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$ Puasson jarayoni o'tish zichligiga ega bo'lgan

Markov jarayoni ehtimolliklaridir

$$p(x, y) = \begin{cases} f(y-x) \cdot \exp[-\int_0^{y-x} f(t) dt], & y \geq x, \\ 0, & y < x, \end{cases} \quad (8)$$

8 tenglamadagi $y - x$ farqi indikativ qonunga muvofiq taqsimlanadi.

$f(x)$ - Puasson jarayonining parametri deb ataladi. Agar boshlang'ich taqsimot $f(x)$ parametri bilan ham eksponent bo'lsa, u holda yig'indilari ketma-ketligi

$$\sum_{i=1}^n \xi_i \quad n=1,2,\dots, \text{ bu erda } \xi_i \text{ mustaqil va indikativ qonunga (7) muvofiq taqsimlanadi, } f(x)$$

parametr bilan Puasson jarayonining bajarilishini hosil qilinadi. Agar $f(x) = \lambda$ doimiy bo'lsa, unda zichlikni modellashtirish (7) formula bilan ifodalanmay, balki (5) bilan ifodalanadi. Agar $f(x)$ juda murakkab funksiya bo'lsa, unda har qanday umumiy usuldan foydalanish usullari ko'p vaqt talab qiladigan hisoblash jarayonlariga olib keladi.

Bunday hollarda, (Koleman [1], Mixaylov [8]) usullari qo'l keladi, bu usullar

quyidagilardan iboratdir.

Agar $f(x) \leq A = \text{Const}$, ξ - tasodifiy o'zgaruvchi, zichlik bilan taqsimlangan bo'lsin, $p_\xi = A \exp(-Ax)$, $x \geq 0$, $\xi_1, \xi_2, \dots$ - mustaqil amalga oshirish ξ va $\zeta_i = \sum_{j=1}^i \xi_j, i = 1, 2, \dots$. Biz ketma-ketlikni olamiz $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ va $\alpha_i \leq g(\zeta_i)$ tengsizligining bajarilishini tekshiramiz. Bu erda $g(x) = f(x)/A$ bo'lishi kerak,

Agar i_0 qiymatlarning birinchisi bo'lsa, buning uchun bu tengsizlik amalga oshiriladi, keyin ζ_{i_0} hisoblanadi. Zichlik bilan taqsimlangan tasodifiy o'zgaruvchini amalga oshirish (7) bo'ladi.

Darhaqiqat, taqsimot funktsiyasi ζ_{i_0} tenglik bilan belgilanadi

$$p\{\zeta_{i_0} < x\} = \sum_{s=1}^{\infty} P\{E_s\}$$

bu erda E_s bir qator teng bo'lmagan ishlarni bajarishdan iborat xodisa

$$E_s = \{\alpha_1 \geq g(\zeta_1), \alpha_2 \geq g(\zeta_2), \dots, \alpha_{s-1} \geq g(\zeta_{s-1}), \alpha_s < g(\zeta_s), \zeta_s < x\}.$$

Ruxsat etilgan $\xi_i : \xi_1 = x_1, \dots, \xi_s = x_s$ bilan va, bundan tashqari, belgilangan ζ_i , $i = 1, \dots, s$, bizda mustaqil o'zaro tashqi kuch $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ edi.

$$\begin{aligned} P\{E_s | \xi_i = x_i, i = 1, \dots, s\} &= \\ &= \prod_{k=1}^{s-1} P\{\alpha_k \geq g(\sum_{i=1}^k \xi_i) | \xi_i = x_i, i = 1, \dots, k\} \times \\ &\times P\{\alpha_s < g(\sum_{i=1}^s \xi_i) | \xi_i = x_i, i = 1, \dots, s\} = \\ &= g(\sum_{i=1}^s x_i) \prod_{k=1}^{s-1} [1 - g(\sum_{i=1}^k x_i)]. \end{aligned}$$

Chunki ζ_i mustaqil va teng taqsimlanadi, ehtimollik zichligi $A \exp(-Ax_i)$, keyin faraz qilish natijasida $h(x) = 1 - g(x)$, biz quyidagini olamiz

$$\begin{aligned} P\{E_s\} &= \int_0^x dx_1 \int_0^{x-x_1} dx_2 \dots \int_0^{x-\sum_{i=1}^{s-1} x_i} dx_s h(x_1) h(x_1 + x_2) \dots \\ &\dots h(\sum_{i=1}^{s-1} x_i) g(\sum_{i=1}^s x_i) A^s \exp(-A \sum_{i=1}^s x_i). \quad (9) \end{aligned}$$

Biz quyidagini belgilaymiz $y_j = \sum_{i=1}^j x_i, j = 1, \dots, s$. x_i o'zgarganligi sababli $0 \leq x_i \leq x - \sum_{k=1}^{i-1} x_k$, ichida keyin biz y_j olamiz $y_{j-1} \leq y_j \leq x$. Integratsiya tartibini (9) ga o'zgartirib, quyidagini olamiz.

$$P\{E_s\} = A^s \int_0^x g(y_s) \exp(-Ay_s) \int_0^{y_s} h(y_{s-1}) dy_{s-1} \dots \int_0^{y_2} h(y_1) dy_1.$$

Ketma-ket farqlash orqali tekshirish oson,

$$\int_0^{y_s} h(y_{s-1}) dy_{s-1} \dots \int_0^{y_2} h(y_1) dy_1 = \frac{1}{(s-1)!} \left[\int_0^{y_s} h(y) dy \right]^{s-1}.$$

Bu yerdan

$$\begin{aligned} P\{\xi_{t_0} \leq x\} &= \int_0^x \left[f(y) e^{-Ay} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{A^{s-1}}{(s-1)!} \left[\int_0^y h(t) dt \right]^{s-1} dy = \right. \\ &= \int_0^x f(y) \exp(-Ay) \cdot \exp\left(\int_0^y A(1-g(t))dt\right) dy = \\ &= \int_0^x f(y) \exp\left(-\int_0^y f(t) dt\right) dy, \end{aligned}$$

yuqoridagini isbotlash kerak bo'ladi. Buni keying maqollarimizda isbotini keltirib otamiz.

XULOSA

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, matematik modellashtirishga taaluqli bo'lgan maxsus modellashtirish usullarining notekis taqsimotini o'rganish juda ham dolzarb va har soghada kerakli bo'lgani uchun buni albattda barcha ta'lim oluvchilar bilishi lozim deb o'ylayman. Bundan tashqari Smirnovning doimiy ordinata usuli tarqatish xususiyatlarini haqida, Puassonning normal va oddiy bog'liqlik taqsimotlari, Proxorov va Rozanov munosabatlari va ko'rsatkich taqsimoti batafsil artoflich ko'rib chiqish lozimdir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

- 1.С. М. Ермаков. Метод Монте –Карло и смежные вопросы, издательство «наука» главная редакция физико-математической литературы москва 19756517.8 Е 72 УДК 519.21.
- 2.Mamatova, M.A., Rasulov, R.Y., & Mirzaakbarov, D.D. (2022). Relation between the concentration of nonequilibrium electrons and holes in long semiconductor diodes. European Science Review Scientific journal (5-6).
- 3.Mirzaakbarov, D.D. (2021). DIREKTIONS for the introduction of new information technologies in education. Экономика и социум, 4(83).
- 4.Shermatova, G. Y. H. (2022). Aniq fanlarni o'qitishda axborot texnologiyalaridan
- 5.foydalanish. Scientific progress, 3(1), 372-376.
- 6.Muzaffarxonov Saida'loxon, Mirzaakbarov Dilshodbek Dovlatboyevich "Sun'uy Intelekt Yordamida Pochta Xizmatini Tashkil Qilish" Miasto Przyszłości Kielce 2023.