EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
www.innacademy.uz

ДЕТЕРМИНАНТЛАР ВА УЛАРНИНГ ХОССАЛАРИ

Гавхарой Насирдинова Дилмуродовна[1], Эшонхонов Юсуфхон Расулиллохон угли[2]

[1] Андижон вилояти Избоскан тумани 1-умумтаълим мактаби математика фани укитувчиси,

[2] Андижон машинасозлик институти, Автомабилсозлик факультети , метрология , стандартлаштириш ва махсулот сифати менежменти йуналиши 1- курс талабаси

https://doi.org/10.5281/zenodo.5776803

MAQOLA TARIXI

Qabul qilindi: 01-Dekabr 2021
Ma'qullandi: 05-Dekabr 2021
Chop etildi: 10-Dekabr 2021

KALIT SO'ZLAR

Алгебра, алгоритм, 2,3 ва n-тартибли детерминантлар, бош диагонал, ёрдамчи диагонал, минор, алгебраик тўлдирувчи, учбурчаклар қоидаси, диагонал қоидаси, детерминантларнинг хоссалари, детерминантни бирор сатри (устуни) элементлари бўйича ёйиш...

ANNOTATSIYA

Алгебра математиканинг бир қисми ва у турли миқдорлар устида амалларни ҳамда шу амаллар билан боғлиқ тенгламаларни ечишни ўрганади. Кенгроқ маънода алгебрада ихтиёрий табиатли тўпламнинг элементлари устида сонларни қўшиш ва кўпайтириш каби одатдаги амалларни умумлаштирувчи амалларни ўрганувчи фан тушунилади. Ушбу маколада алгебранинг асосий тушунчаларидан бири булган детерминант хакида фикр юритамиз.

Детерминантларни ҳисоблашга келтириладиган ушбу масалани қарайлик. Масала. A ва B маҳсулотларни ишлаб чиқариш учун 2 турдаги хом ашёдан фойдаланилади. Битта A маҳсулотни ишлаб чиқариш учун 5 бирлик 1-тур ва 4 бирлик 2-тур хом ашё сарфланади,битта B маҳсулотни ишлаб чиқариш учун эса, 3 бирлик 1-тур ва 5 бирлик 2-тур хом ашё ишлатилади. 1-тур хом ашё 62 бирлик, 2-тур хом ашё 73 бирликда берилган бўлса, энг катта фойда олинадиган ишлаб чиқаришни режалаштириш учун хом ашё сарфи моделини тузинг.

Бу масаланинг математик моделини тузиш мақсадида x_1 билан ишлаб чиқарилиши керак бўлган A маҳсулот миқдорини, x_2 билан эса ишлаб чиқарилиши керак бўлган B маҳсулот миқдорини белгилайлик. Бу ҳолда $5x_1$ A маҳсулотни ишлаб чиқариш учун сарфланган 1-тур хом ашё миқдорини, $3x_2$ эса B маҳсулотни ишлаб чиқариш учун сарфланган 1-тур хом ашё миқдорини ифодалайди. $5x_1+3x_2$ A ва B маҳсулотларни ишлаб чиқариш учун сарфланадиган 1-тур хом ашё жами сарфи миқдорини ифодалайди, бу хом ашё чегараланган бўлиб, 62 бирликда мавжуд, демак $5x_1+3x_2=62$ тенглама келиб чиқади. Худди шундай қилиб, 2-тур хом ашёсарфи учун $4x_1+5x_2=73$ тенгламани ҳосил қилиш мумкин. Шундай қилиб,

$$\begin{cases} 5x_1+3x_2=62, \\ 4x_1+5x_2=73 \end{cases}$$

икки номаълумли иккита чизиқли тенгламалар системасини ҳосил қилдик. Бу тенгламалар системаси берилган A ва B маҳсулотларни ишлаб чиқаришда, хом ашё сарфининг математик моделини ифодалайди.

Биз юқорида энг оддий иқтисодий масалани қарадик, ҳамда унинг модели икки номаълумли иккита чизиқли тенгламалар системасига келтирилишини кўрсатдик. Фан ва техниканинг жуда кўп масалаларининг математик моделлари чизиқли тенгламалар системаси орқали ифодаланади. Бу ҳолатлар чизиқли тенгламалар назариясини умумий ҳолда қарашимиз лозимлигини кўрсатади.

Икки номаълумли иккита чизиқли тенгламалар системаси берилган бўлсин:

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2 \end{cases} \quad (1)$$

$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$ бўлса, (1) тенгламалар системаси ягона

$$x_1=\frac{b_1a_{22}-b_2a_{12}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}},\ x_2=\frac{b_2a_{11}-b_1a_{21}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}} \quad (2)$$

ечимга эга бўлади. (2) формуладаги сурьат ва маҳраждаги ифодалар 2-тартибли детерминант (аникловчи)лар дейилади. 2-тартибли детерминантни

$$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

билан белгиланади. $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ ларга детерминантнинг элементлари дейилади. Шундай қилиб, (2) формулаларни детерминантлар ёрдамида

$$x_1=\frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}},\ x_2=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} \quad (3)$$

кўринишда ёзиш мумкин.

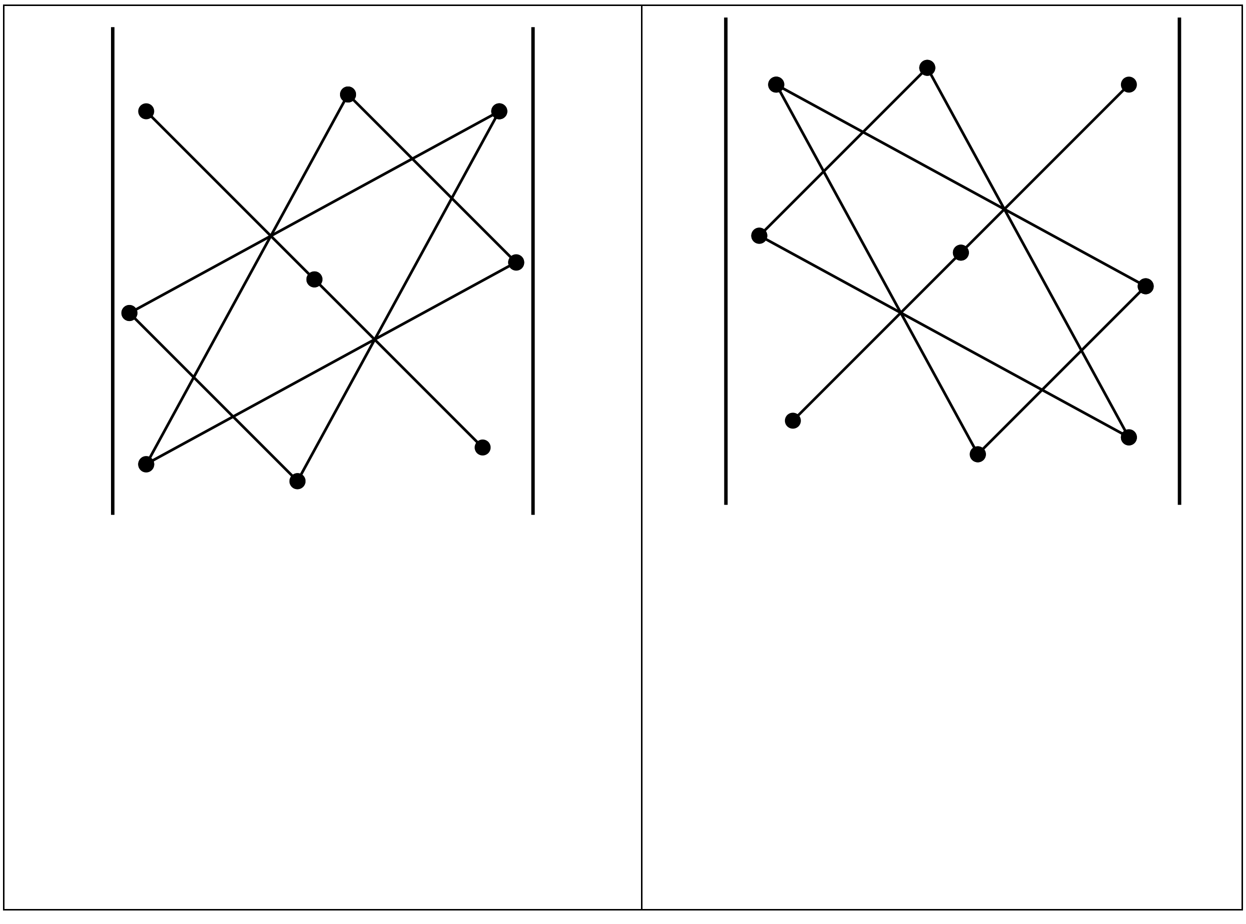
$$\Delta=a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}+a_{21}\begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} \\ a_{33} & a_{32} \end{vmatrix}+a_{31}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \quad (4)$$

ифодага ***3- тартибли детерминант дейилади*** ва $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix}$ билан белгиланади. a_{11}, a_{22}, a_{33} элементлар ***бош диагонални***, a_{13}, a_{22}, a_{31} ***ёрдамчи диагонални*** ифодалайди. (4) тенгликда 2- тартибли детерминантларни катталиклари билан алмаштирсак

$$\begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} -$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} \qquad (5)$$

бўлади. (5) формулани эсда сақлаш учун ***учбурчак қоидасидан*** фойдаланиш мумкин. Элементларни нуқталар билан белгиласак, ушбу схема ќосил бњлади :



+	–

1-мисол.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 24-6-0-0+4-0=22$$

3. Минор ва алгебраик тўлдирувчилар

$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} a_{12} a_{13} \\ a_{21} a_{22} a_{23} \\ a_{31} a_{32} a_{33} \end{vmatrix}$ детерминантда i - сатрни ва j - устунни ўчиришдан 2-тартибли детерминант ҳосил бўлади, бунга a_{ij} элементга мос ***минор*** дейилади ва M_{ij} билан белгиланади. Масалан,

$$M_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} a_{13} \\ a_{32} a_{33} \end{vmatrix}, M_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} a_{13} \\ a_{31} a_{33} \end{vmatrix}$$

ва бошқалар.

a_{ij} ***элементнинг алгебраик тўлдирувчиси*** деб унга мос минорнинг мусбат ёки манфий ишора билан олинган катталигига айтилади,бунда $i+j$ жуфт бўлса, мусбат ишора билан, $i+j$ тоқ бўлса манфий ишора олинади. a_{ij} элементнинг алгебраик тўлдирувчисини A_{ij} билан белгиланади. Демак,

$$A_{21} = -M_{21} = -\begin{vmatrix} a_{12} a_{13} \\ a_{32} a_{33} \end{vmatrix}, A_{22} = M_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} a_{13} \\ a_{31} a_{33} \end{vmatrix}$$

бўлади ва бошқалар.

4. Детерминантларнинг хоссалари. Детерминантлар қуйидаги хоссаларга эга:

1. Детерминантнинг барча сатридаги элементларини мос устунэлементлари билан алмаштирилса унинг катталиги ўзгармайди, яъни

$$\begin{vmatrix} a_{11} a_{12} a_{13} \\ a_{21} a_{22} a_{23} \\ a_{31} a_{32} a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} a_{21} a_{31} \\ a_{12} a_{22} a_{32} \\ a_{13} a_{23} a_{33} \end{vmatrix}.$$

2. Иккита сатр (устун)ни ўзаро алмаштирилса детерминант катталигининг ишораси тескарисига ўзгаради

3. Иккита бир хил сатр (устун)ли детерминант катталиги нўлга тенг;

4. Детерминантнинг бирор сатр (устун) нинг ҳамма элементларини $m \neq 0$ сонга кўпайтирилса, унинг катталиги шу m сонга кўпаяди.

5. Детерминантнинг иккита сатри (устуни) элементлари ўзаро пропорционал (мутаносиб) бўлса, унинг катталиги 0 га тенг.

6. Детерминантнинг катталиги, бирор сатри (устуни) элементларини

унга мос алгебраик тўлдирувчиларига кўпайтириб қўшилганига тенг.

7. Детерминант бирор сатри (устуни)нинг ҳар бир элементи иккита қўшилувчидан иборат бўлса, у ҳолда бу детерминант иккита детерминант йиғиндисига тенг бўлади.

8. Детерминантнинг бирор устини (сатри) элементларига бошқа устини(сатри)нинг мос элементларини исталган умумий кўпайтувчига кўпайтириб қўшилса, унинг катталиги ўзгармайди.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. В.А. Малугин. Математика для экономистов. Линейная алгебра.Курс лекций.-М., «Эксмо».2006
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.-М.,«Наука», 1984.
3. Сборник задач по математике для втузов. Под редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. Ч.1-4.-М., «Наука», 1990.
4. P.E. Danko, A.G. Popov, T.Ya. Kojevnikova. Oliy matematika misol va masalalarda. Tashkent/.“Uzbekiston faylasuflari milliy jamiyati” 2007