



QARAMA-QARSHI TOMONLARNING JANGOVAR HARAKATLARINI SONLI TAHLILI

Karimov Nodirbek Madirimovich

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti

E-mail: matematik-uz@mail.ru

<https://www.doi.org/10.5281/zenodo.7930105>

ARTICLE INFO

Received: 01st April 2023

Accepted: 14th April 2023

Online: 25th April 2023

KEY WORDS

Lanchester kvadratik qonuni,
diskret model, ziddiyatli
vaziyat, yordamchi kuchlar,
jangovar bo'lmagan
yo'qotishlar, jangovar
yo'qotishlar, vaqt qadami,
dasturiy ta'minot.

ABSTRACT

Ushbu maqolada Lanchester tenglamalari Eyler usuli yordamida diskret holatga o'tkazilib, shu asosda dasturiy ta'minoti yaratildi va sonli natijalar olindi. Lanchester tenglamalarini diskret modeli asosida turli xil mojarolar asosida qaysi tomon ustun kelishi hamda qancha muddatda jang tugashi tahlil qilindi. Lanchester kvadratik qonunining harbiy mojarolarda qo'llanilishiga oid simulyatsiya natijalari ko'rsatildi.

KIRISH

Ushbu ishda ikkita bir jinsli vositalarga ega bo'lgan, qarama-qarshi tomonlar o'rtasidagi konfliktli vaziyatni ko'rib chiqamiz. Shuningdek, jangda qanday g'alaba qozonish mumkin? Jangdan oldin, yordamchi kuch resurslarini qanday rejalashtirish kerak? Jang taxminan qancha vaqt davom etadi? degan savollarga javob olish imkoniyati o'rganiladi. Agar yordamchi kuchlarni rejalashtirish jarayonida jangovar bo'linmaga xos oddiy, interaktiv yondashuv mavjud bo'lsa, qo'mondonlar jangga yaxshiroq tayyorgarlik ko'rishlari mumkinmi degan savollarga Lanchesterning jangovar modeli asosida jangni boshlang'ich kartinasiga sonli usullar orqali javob topish mumkin.

Lanchester kvadratik qonuni bizga ikkita qarama-qarshi tomonlarning nisbiy jangovar kuchlarini solishtirish va jang natijasini taxmin qilish imkonini beradi [1].

1954 yilda J.H.Engel birinchi marta Ivo Jima jangini tahlil qilish uchun yordamchi kuchlar bilan umumlashtirilgan Lanchester modelini taqdim etgan [2].

L.K.Ekchian Lanchesterning jangovar modellarini zamonaviy janglar uchun qo'llab natijalar olgan [3].

R.Helmbold yordamchi kuchlar asosida Lanchester kvadrat qonuni tenglamasining to'g'ridan-to'g'ri va teskari yechimlarini muhokama qildi. Uning ishlari harbiy harakatlarda yordamchi kuchlarni optimal straregiyalarini yaratish uchun ishonchli matematik asos bo'ldi [4].

[5-6] ishlarda Lanchester kvadratik qonuniga yordamchi kuchlarni kiritish orqali yechish usuli tadqiq qilingan, yordamchi kuchlarni optimal taqsimlash vaqtlari topilgan.

Shuningdek, J.C.Sha jarayonlar tadqiqoti yordamida harbiy masalani tadqiq qilish uchun matematik taktikani taklif qilgan [7].

Hozirgi kunda Lanchester jangovar modeli turli hollarda qarama-qarshi kuchlar o'rtasidagi ziddiyatlarni miqdoriy jihatdan tahlil qilish uchun ishlatiladi. Model nafaqat kim g'olib bo'lishligi haqida ma'lumot beribgina qolmay, har bir tomonda qolgan kuchlar miqdorini, jang qancha vaqt davom etishini va o'zgaruvchan sharoitlar jang natijasiga qanday ta'sir qilishini aniqlashi mumkin.

MATERIAL VA METODLAR

Faraz qilaylik, $X_1(t)$ va $X_2(t)$ lar qarama-qarshi tomonlarning t vaqtdagi kuchlari soni bo'lsin. Ko'pincha vaqt soatlar yoki kunlar bilan o'lchanadi. Vaqt o'tishi bilan tomonlarning jagovar qo'shinlar sonining dinamikasi quyidagi omillarga asosan o'zgaradi deb faraz qilinadi;

- 1) jangovar harakatlar bilan bevosita bog'liq bo'lmagan sabablar (kasallik, jarohatlar, qochoqlik) tufayli tarkibning pasayish darajasi;
- 2) qarama-qarshi tomonning jangovar harakatlari natijasida yetkazilgan yo'qotishlar darajasi (bu o'z navbatida uning samarali strategiyasi va taktikasi, jangchilarning ruhiyati va professionallik darajasi, zamonaviy qurollari va boshqalar bilan belgilanadi);
- 3) vaqtning qandaydir berilgan funktsiyasi sifatida qaraladigan yordamchi kuchlarning (zaxira kuchlari) kelish tezligi.

Bu o'zgarishlardan eng muhimi, ya'ni tomonlar soniga katta ta'sir qiladigan omil bu jangovar yo'qotishlardir.

Jangovar yo'qotishlar bir kuchning ikkinchisini yo'q qilish qobiliyatidan dalolat beradi. Qarama-qarshi tomonlar uchrashganda, jangovar yo'qotishlar mos tomon kuchlari soniga mutanosib ravishda sodir bo'ladi. Qarama-qarshi tomonlar bir-biriga mos ravishda $b_{1,2} \geq 0$ jangovar yo'qotishlar berishi mumkin deb hisoblasak, ularning qo'shinlari sonidagi o'zgarishlarni quyidagicha modellashtirishimiz mumkin.

$$\begin{cases} \frac{dX_1(t)}{dt} = -a_1(t)X_1(t) - b_1(t)X_2(t) + u_1(t), \\ \frac{dX_2(t)}{dt} = -a_2(t)X_2(t) - b_2(t)X_1(t) + u_2(t). \end{cases} \quad (1)$$

tenglamalar sistemasini olamiz, bu yerda $X_1(0)$ va $X_2(0)$ lar mos ravishda tomonlarning boshlang'ich soni. $a_{1,2}(t) \geq 0$ - tomonlarning jangovar bo'lmagan yo'qotishlar koeffitsienti. $b_{1,2}(t) \geq 0$ - dushman harakatlari natijasida yo'qotishlar koeffitsiyenti (jangovar yo'qotishlar). $u_{1,2}(t) \geq 0$ - mos tomonlarning boshqaruvlari (yordamchi kuchlarni kelish tezligi).

Yuqoridagi modelga chekli ayirmalar usuli qo'llanilganda, chekli qadamlar tenglamalari differentsial tenglamalarning uzluksiz harakatini yaqindan aniqlash imkonini beradi. Aslida, uzluksiz modelni diskret modelning chegarasi sifatida qaraladi. Ushbu modelga Eylerning ketma-ket yaqinlashish usulini qo'llaymiz [7]:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta t} \approx \frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta t},$$

$$f(t_n, y_n) \approx \frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta t},$$

$$y_{n+1} \approx y_n + \Delta t[f(t_n, y_n)].$$

Ushbu, diskret model orqali, har bir kuchning turli vaqt oralig'idagi qo'shinlari sonini taqqoslash bilan jang maydonida sodir bo'lgan o'zgarishlarni aniqlash oson. Agar, biz teng vaqt qadamlarini Δt va uni umumiy vaqt qadamini vaqt birligi sifatida ishlatarsak, $\Delta t = 1$ bo'ladi. Chunki, jang dinamikasi har soatlik, har kunlik, har haftalik yoki har oylik tahlil qilinishi mumkin.

Shunday qilib, bir tomon qo'shinlarining t vaqtdan keyingi soni uning dastlabki soniga, jangovar bo'lmagan yo'qotishlariga, dushman harakatlari natijasidagi jangovar yo'qotishlariga hamda keladigan yordamchi kuchlar soniga bog'liqdir. Yuqoridagilardan kelib chiqib, jangovar harakatlarning Lanchester modelining diskret holini ko'rib chiqamiz:

$$\begin{cases} X_1(t+1) = X_1(t) - a_1 X_1(t) - b_1 X_2(t) + u_2(t), & X_1(0) = X_{10}, \\ X_2(t+1) = X_2(t) - a_2 X_2(t) - b_2 X_1(t) + u_1(t), & X_2(0) = X_{20}. \end{cases} \quad (2)$$

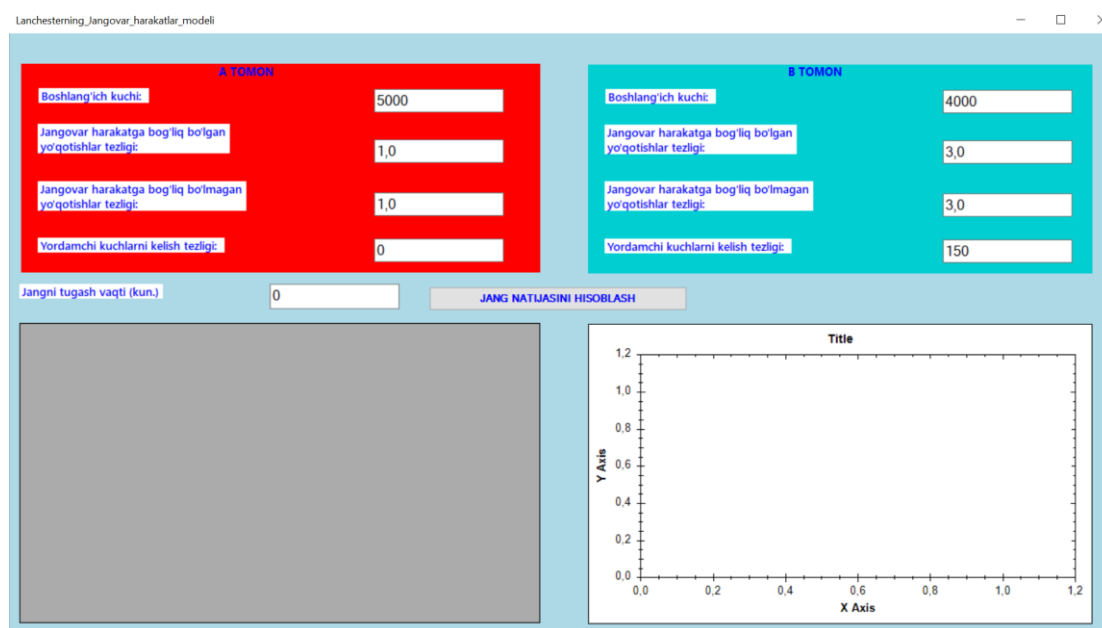
Agar qaysidir vaqt momentida tomonlardan birortasining qo'shinlari soni 0 ga teng bo'lsa, u holda shu tomon yutqazgan hisoblanadi.

NATIJALAR

Endi ikkita qarama-qarshi tomonlar o'rtasidagi jangovar to'qnashuvni quyidagi misollar bilan ko'rib chiqamiz:

Har bir misolda tomonlar qo'shinlarining boshlang'ich sonini A uchun 5000 va B uchun 4000 deb olamiz. Sodda uchun diskret modeldagi vaqt qadamini bir kun deb hisoblaymiz.

Har bir mojaroning natijasini bashorat qilish uchun ishlab chiqilgan Lanchesterning **"Lanchesterning Jangovar harakatlar modeli"** dasturiy ta'minotidan foydalanamiz (1-rasm).



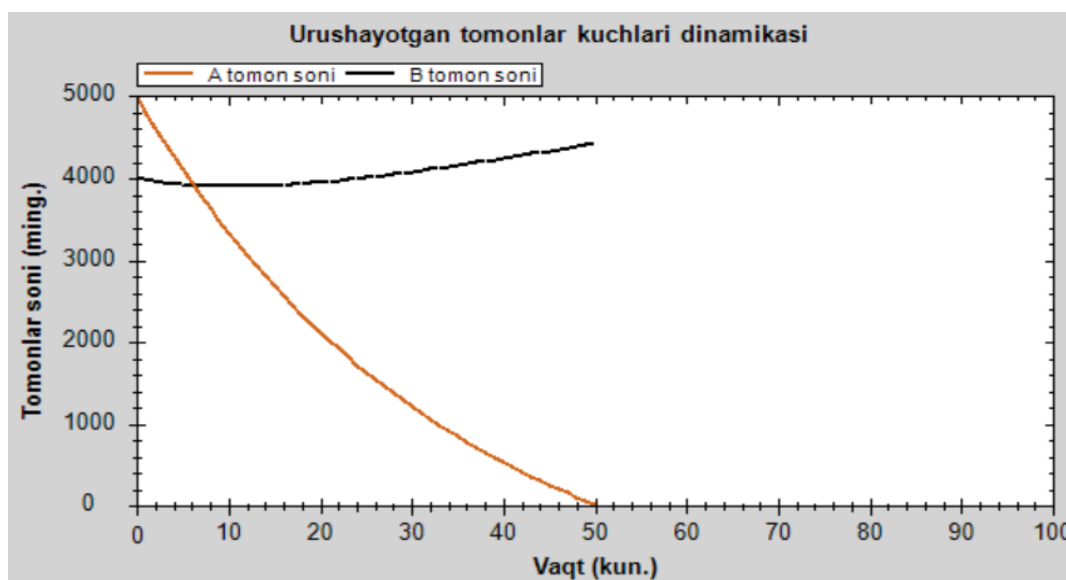
1-rasm.

Mojaro 1. Urushayotgan tomonlar A tomon 5000 ta va B tomon esa 4000 ta askar bilan jang boshlaydi. Kuchi ko'proq tomon kuniga 150 ta qo'shimcha kuch olsa ham, u kuchi kamroq tomonga qaraganda uch baravar ko'p jangovar va jangovar bo'lmagan yo'qotishlarni

boshdan kechirmoqda. Bunday vaziyatda qaysi tomon g'alaba qozonadi va qancha kuchi qoladi?

1-jadval.

Jang omillari	A tomon (Qizil kuch)	B tomon (Ko'k kuch)
Tomonlarning boshlang'ich soni	5000	4000
Jangovar yo'qotishlar (%)	1.0	3.0
Jangovar bo'lmagan yo'qotishlar (%)	1.0	3.0
Yordamchi kuchlar kelishi	0	150



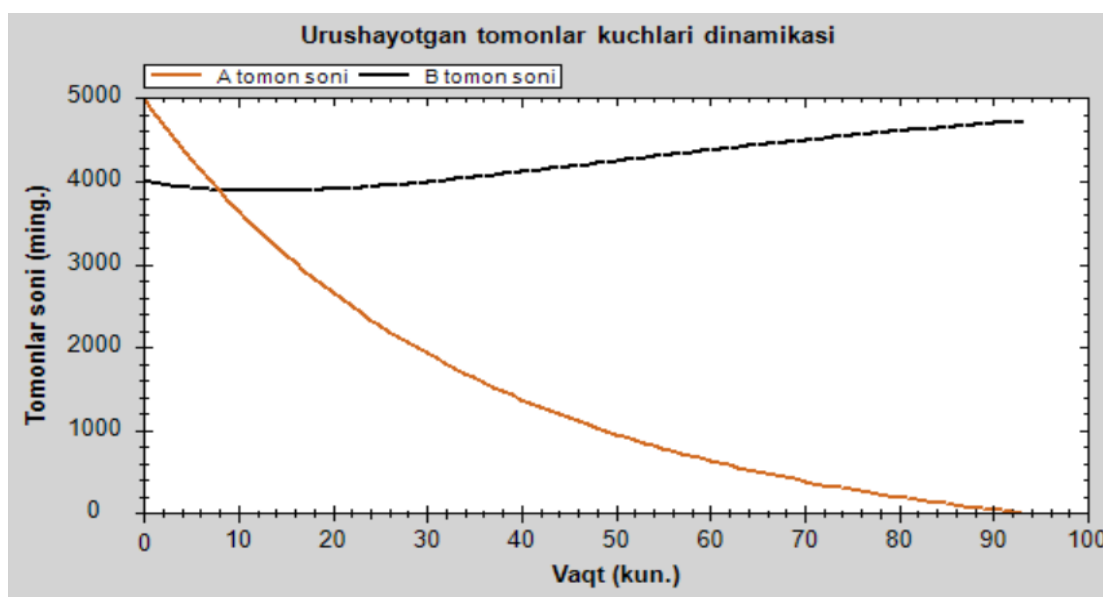
2-rasm.

2-rasmdan ko'rish mumkinki, **B tomon (Ko'k kuch) 51 kun ichida g'alaba qozonadi va 4418 ta kuchi qoladi.** Bu mojaroda aslida A tomon yutishi kerak edi. Chunki, A tomonning nisbiy jangovar kuchi, B tomonning nisbiy jangovar kuchidan katta ($3,0 \cdot 5000^2 > 1,0 \cdot 4000^2$) [8]. Lekin, A tomonga umuman yordamchi kuchlar kelmaydi, B tomonga esa kuniga 150 tadan yordamchi kuchlar qo'shilmogda, shuning hisobiga, jangning 7-kunidan ustunlikni o'ziga oladi.

Mojaro 2. 1-to'qnashuvdagi shartlardan foydalanib, agar A tomon, masalan, kuniga 35 ta qo'shimcha kuchlarni olish imkoniga ega bo'lsa-chi? Keyin qaysi tomon g'alaba qozonadi va qancha kuchi qoladi?

2-jadval.

Jang omillari	A tomon	B tomon
Tomonlarning boshlang'ich soni	5000	4000
Jangovar yo'qotishlar (%)	1.0	3.0
Jangovar bo'lmagan yo'qotishlar (%)	1.0	3.0
Yordamchi kuchlar kelishi	35	150



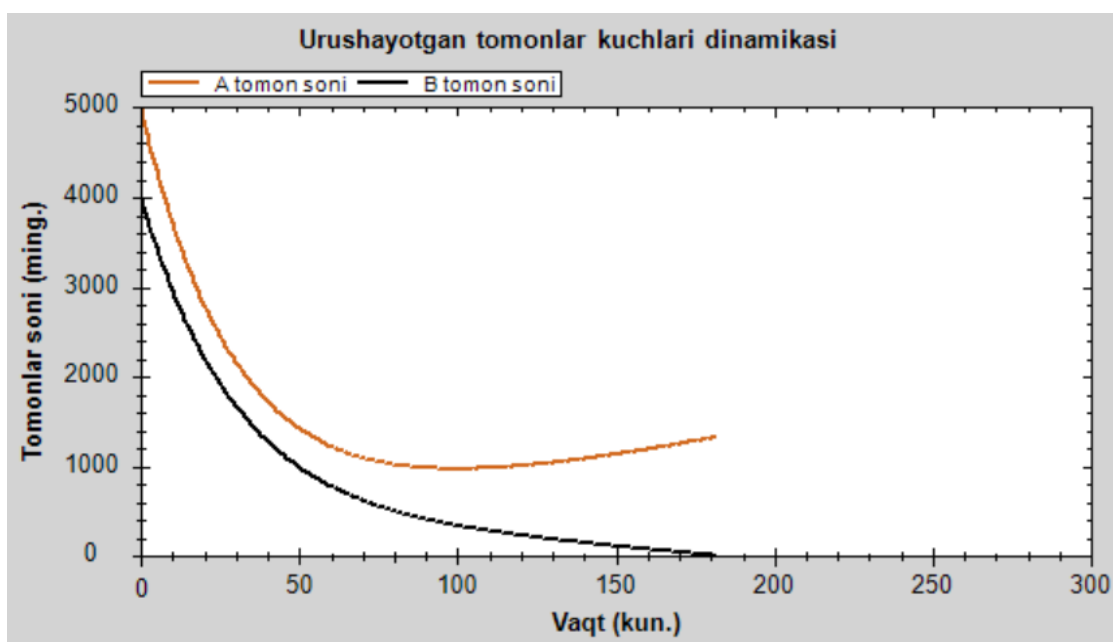
3-rasm.

Natijada, B tomon (Ko'k kuch) 94 kun ichida g'alaba qozonadi va 4721 ta kuchi qoladi. Bu mojaroda ham huddi 1-mojarodagidek vaziyat, lekin A tomonga ozroq yordamchi kuchlar kelishini hisobiga jang oldingi mojaroga nisbatan ko'prob bo'ladi.

Mojaro 3. Endi kuchi kamroq tomonga kuniga 10 ta, kuchli tomonga esa 20 ta yordamchi kuchlar kelib qo'shilsin deb faraz qilsak, unda natija qanday bo'ladi? Shuningdek, kuchsiz tomon jangdan oldin o'z qo'shinlarining tayyorgarlik holatini yaxshilagan bo'lsa, jangovar yo'qotishlar kamroq bo'lishi uchun, shu bilan birga bu qo'shinlarning ruhiy holatini kuchaytiradi. Jang oqimini o'zgartirish uchun jangovar va jangovar bo'lmagan yo'qotishlarni qanday o'zgartirish kerak?

3-jadval.

Jang omillari	A tomon	B tomon
Tomonlarning boshlang'ich soni	5000	4000
Jangovar yo'qotishlar (%)	3.0	2.0
Jangovar bo'lmagan yo'qotishlar (%)	1.0	1.0
Yordamchi kuchlar kelishi	20	10



4-rasm.

Bu holatda esa **A tomon (Qizil kuch) 183** kunda g'alaba qozonadi va **1333** ta kuchi qoladi. Bu holatda ham A tomonning nisbiy jangovar kuchi B tomonga nisbatan katta hamda yordamchi kuchlari ham ikki baravar ko'p qo'shilmoqda.

XULOSA

Haqiqiy jangovar ziddiyatli vaziyatlarda ko'plab omillar, noaniqliklar mavjud bo'lib, yutush yutmaslikka aniq kafolatlar yo'q, ammo Lanchester jangovar modeli ziddiyatni qanday tugashi haqida bir nechta xulosalarni beradi va "**Lanchesterning Jangovar harakatlar modeli**" dasturiy ta'minoti unga interaktiv yondashuvni ta'minlaydi. Ba'zilar uchun bu jangovar ziddiyatli vaziyatlarda foydalanish uchun manba bo'lishi; boshqalar uchun esa bu oddiy o'rganish vositasi bo'lishi mumkin.

Miloddan avvalgi VI asrda Xitoyda yashagan strateg va mutafakkir, harbiy strategiya haqidagi mashhur "*Urush san'ati*" risolasi muallifi *Sun-Tzi* jangdagi g'alaba va mag'lubiyat haqida shunday deydi [9].

Kimki - jangdan oldingi dastlabki hisob-kitob bo'yicha ham g'alaba qozonsa, uning imkoniyatlari ko'p; Kimki - jangdan oldingi hisob-kitob bo'yicha ham yutmasa, uning imkoniyatlari kam. Kimda imkoniyat ko'p - g'alaba; kimda imkoniyat kam - mag'lubiyat.

References:

1. F.W.Lanchester. "Mathematics in Warfare", in The World of Mathematics, J. Newman ed., vol. 4, pp. 138-157. (New York: Simon and Schuster, 1956, reprinted New York: Dover 2000).
2. Engel J. H. A verification of Lanchester's law // Journal of the Operations Research Society of America. – 1954. – Vol. 2, No. 2. – P. 163–171.
3. Ekchian L. K. An overview of Lanchester type combat models for modern warfare // AD-A-115389, 1982.



4. Helmbold R. L. Direct and inverse solution of the Lanchester square law with general reinforcement schedules // European Journal of Operational Research. – 1994. – Vol. 77, No. 3. – P. 486–495.
5. Karimov N.M. The decision of a task of distribution of controlled resources of forces with the help of the lanchester square law at conflict situations," Scientific and Technical Journal of Namangan Institute of Engineering and Technology: Vol. 2: Iss. 3, Article 7. <https://namdu.researchcommons.org/journal/vol2/iss3/7>
6. Mamatov M.Sh., Karimov N.M. Задача распределения вспомогательных ресурсов сил в конфликтных ситуациях. International Scientific Journal. ISJ Theoretical & Applied Science. Issue 06, volume 86, 2020. 639-645 b. <https://dx.doi.org/10.15863/TAS>
7. Sha J. C. Mathematic Tactics // Science Press, Beijing, China. - 2003.
8. Н. А. Тюкачев, В. Г. Хлебостроев. С#. Программирование 2D и 3D векторной графики: учебное пособие / - 44е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 320 с.
9. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 432 с.
10. Каримов Н.М. Значение квадратичного закона Ланчестера при разработке боевой тактики для конфликтных ситуаций // Университет Общественной безопасности Республики Узбекистан. Научно-практический журнал общественной безопасности. 2022. -Т. 2. С. 110 - 118.
11. Sun Tzu ON THE ART OF WAR. Lionel Giles Translation. // <https://www.studocu.com/row/document/kenyatta-university/history/art-of-war-by-sun-tzu/8295426>