EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.1 | SJIF = 5.685 www.in-academy.uz

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА СУШКИ ХЛОПКА ПРИ ПОДАЧЕ БОКОВОГО ТЕПЛА К ОБОРУДОВАНИЮ

А.З.Маматов[1]
Ж. Т. Рахманов[2]
Ш.Н. Бомуратов[2]
[1] Профессор Ташкентского института текстильной и легкой промышлености
[2] Базовые докторанты Гулистанского государственного университета, Узбекистан
https://www.doi.org/10.5281/zenodo.7976605

ARTICLE INFO

Received: 18th May 2023
Accepted: 26th May 2023
Online: 27th May 2023

KEY WORDS

Хлопок, температура, сушка, краевая задача, разделение переменных, решение.

ABSTRACT

В статье с учетом скорости воздуха под действием поперечного сечения сушилки хлопка-сырца рассмотрена гранично-начальная задача по нахождению температуры хлопка-сырца в сушилке и получено ее аналитическое решение. Аналитическое решение получено методом разделение переменных. Решение представлено ввиде сходящегося функцианального ряда.

Введение. Сушильное оборудование даётся $T_м$ постоянным горячим воздухом сбоку со скоростью *v*. Принимая во внимание, что теплота, отдаваемая хлопчатником за бесконечно малое время *dt*, пропорциональна разности температур хлопка и окружающей его среды, а также времени, и с учетом скорости воздуха в поперечном сечении сушилки, находим закон сушки хлопка в сушилке.

Пусть температура хлопка равна $T(y,\tau)$ при значении времени τ. В этом случае температуру хлопка-сырца можно найти из исходно-краевой задачи, представленной в следующем уравнении распростронения теплоты [1-5]:

$$\begin{cases} c\rho\dfrac{\partial T}{\partial\tau}=\lambda\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}-v_1 c\rho\dfrac{\partial T}{\partial y}-\alpha(T-T_м) \\ T(y,0)=T_0(y) \\ \lambda\dfrac{\partial T}{\partial y}=\alpha_1(T-T_м)\ ,\quad y=0\,; \\ -\lambda\dfrac{\partial T}{\partial y}=0\ ,\quad y=l \end{cases} \qquad (1)$$

Здесь $\lambda -$ коэффициент распростронения тепла хлопка-сырца, α, α_1 - коэффициенты теплообмена между хлопком-сырцом и Коэффициенты пространственного и поверхностного теплообмена между хлопком-сырцом и теплым воздухом, τ - время сушки, ℓ - ширина сушилки.

Метод решение. (1) запишем уравнение следующем виде:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - v_1\frac{\partial T}{\partial y} - \gamma T + \gamma T_м \quad (2)$$

где

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}, \qquad \gamma = \frac{\alpha}{c\rho},$$

Для решения этого уравнения сделаем следующую замену:

$$T = e^{\mu y+\beta\tau}\cdot t \quad (3)$$

Тогда

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \beta\, e^{\mu y+\beta\tau}\cdot u + e^{\mu y+\beta\tau}\cdot\frac{\partial u}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \mu\, e^{\mu y+\beta\tau}\cdot u + e^{\mu y+\beta\tau}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \mu^2 e^{\mu y+\beta\tau}\cdot u + 2\mu\, e^{\mu y+\beta\tau}\cdot\frac{\partial u}{\partial y} + e^{\mu y+\beta\tau}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Эти выражения подставляя в (2)

$$\beta\, e^{\mu y+\beta\tau}\cdot u + e^{\mu y+\beta\tau}\cdot\frac{\partial u}{\partial \tau} = a(\mu^2 e^{\mu y+\beta\tau}\cdot u + 2\mu\, e^{\mu y+\beta\tau}\cdot\frac{\partial u}{\partial y} + e^{\mu y+\beta\tau}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$- v_1(\mu\, e^{\mu y+\beta\tau}\cdot u + e^{\mu y+\beta\tau}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}) - \gamma\cdot e^{\mu y+\beta\tau}\cdot u + \gamma T_м$$

Из этого равенство можно получать

$$\mu = \frac{v_1}{2a}, \qquad \beta = -\gamma - \frac{v_1^2}{4a} \quad (4)$$

соотношения . Тогда уравнение (2) принимает следующий вид :

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \gamma T_м \quad (5)$$

А начальные и граничные условия:

$$u(y,0)=u_Б(y) \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \alpha_2 u = \varphi(\tau) \qquad \text{при } y=0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \mu\, u = 0 \qquad \text{при } y=l \quad (7)$$

где $\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{\lambda} + \mu$

$$\varphi(\tau) = \frac{+\alpha_1 e^{-\beta\tau} \cdot T_M}{\lambda}$$

$$u_0(y) = e^{-\mu y} \cdot T_0$$

Теперь решение краевой задачи (5)-(7) будем искать

$$u(y,\tau) = v(y,\tau) + \psi(y,\tau) \tag{8}$$

виде. Здесь

$$\psi(y,\tau) = (p+qy)\varphi(\tau)$$

При этом мы выбираем коэффициенты p, q таким образом, чтобы функция удовлетворела неоднородные краевые условия:

$$\frac{\partial\psi}{\partial y} + \alpha_2\psi = \varphi(\tau), \quad y=0$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial y} + \mu\psi = 0, \quad y=l$$

Используясь граничным условиям находим коэфициенты p, q:

$$p = \frac{1+\mu l}{-\alpha_2(1+\mu l)-\mu} \qquad q = \frac{\mu}{\alpha_2(1+\mu l)+\mu} \tag{9}$$

Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial v}{\partial \tau} + (p+qy)\frac{d\varphi}{d\tau}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} + q\varphi(\tau)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2},$$

$$u(y,0) = v(y,0) + (p+qy)\ \alpha_1 T_M / \bar{\lambda}$$

с учетом выражений получаем следующую краевую задачу

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + f(y,\tau) \tag{10}$$

$$v(y,0) = v_0(y),$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} - \alpha_2 v = 0,\ y=0 \qquad \frac{\partial v}{\partial y} + \mu v = 0,\ y=l$$

где

$$v_0(y) = u(y,0) - (p+qy)\ \alpha_1 T_M / \lambda$$

$$f(y,\tau) = \gamma T_M + (((p+qy)\beta + q)\varphi(\tau)) \tag{11}$$

Найдем решение этой задачи, используя метод разделения переменных

EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.1 | SJIF = 5.685 www.in-academy.uz

$$v(y,\tau)=\sum_{n=1}^{\infty}V_n(\tau)X_n(y) \qquad (12)$$

где $X_n(y)$ – собственные функции следующей задачи:

$$X''+\bar{\lambda}^2X=0,$$

$$X'(0)-\alpha_2\ X(0)=0$$

$$X'(l)+\mu\ \ X(l)=0$$

А решение эту задачу будем искать в ввиде

$$X_n(y)=C_{1n}\sin\bar{\lambda}_n y+C_{2n}\cos\bar{\lambda}_n y \qquad (13)$$

Здесь $\bar{\lambda}_n$ -находиться из

$$ctg\lambda l=(\alpha_2\mu-\lambda^2)/(\alpha_2\lambda+\lambda\mu) \qquad (14)$$

Для собственных функций $X_n(x)$ учитывая следующие равенства

$$\int_0^l X_n(x)\cdot X_\kappa(x)dx=0,$$

$$B_n=\int_0^l X_n^2(x)dx=l(p(p+2)+\nu_n^{\ 2}\ )/(2\nu_n^{\ 2})$$

где $\nu_n=\lambda_n l,\quad p=\alpha_2 l$

функции $f(y,\tau)$ и $v_Б(y)$ разложим в ряд:

$$f(y,\tau)=\sum_{n=1}^{\infty}f_n(\tau)X_n(y)$$

$$v_Б(y)=\sum_{n=1}^{\infty}V_n(\tau)X_n(y)$$

где $f_n(\tau)$, $V_n(x)$– коэффициеты Фурье:

$$f_n(\tau)=\frac{1}{B_n}\int_0^l f\ (\xi,\tau)X_n(\xi)\,d\xi$$

$$\bar{V}_n=\frac{1}{B_n}\int_0^l V_n(\xi)X_n(\xi)\,d\xi$$

этом случае из задачи (10) составим задачу Коши, постановляемую в обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\begin{cases}\dfrac{dV_n(\tau)}{d\tau}+a\bar{\lambda}_n^2V_n=f_n(\tau)\\ V_n(0)=\bar{V}_n\end{cases}$$

Решение этой задачи:

$$V_n(\tau) = \overline{V}_n e^{-a\overline{\lambda}_n^2 \tau} + \int_0^\tau e^{a\overline{\lambda}_n^2(\tau_1 - \tau)} f_n(\tau_1) d\tau_1$$

В результате, решение задачи (1) получим в виде

$$T(y,\tau) = e^{\mu y + \beta\tau} \cdot \left((p + qy)\varphi(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\overline{V}_n + \int_0^\tau e^{a\overline{\lambda}_n^2 \tau_1} f_n(\tau_1) d\tau_1 \right) \cdot e^{-a\overline{\lambda}_n^2 \tau} \cdot X_n(y) \right) \qquad (15)$$

Заключение. Математическая модель получена при решении постановленной задачи (1) виде. Решение (1) задачи представлено в виде (15). При ходе решении применен метод разделение переменных (метод Фурье). Непосредственно можно проверить, что полученное решение (1), то есть ряд сходится равномерно, значить легко можно установить его устойчивости. Этот модель важно для тех, кто изучает конкретные математические модели технического характера параболического типа.

References:

1. Mamatov, A., Parpiev, A., Shorakhmedova, M. Mathematical model for calculating the temperature field of a direct-flow drying drum. Journal of Physics: Conference Seriesthis link is disabled, 2021, 2131(5), 052067
2. Mamatov, A.Z., Usmankulov, A.K., Abbazov, I.Z., Norboyev, U.A., Mukhametshina, E.T. Determination of Temperature of Components of Cotton-Raw Material in a Drum Dryer with a Constant. IOP Conference Series: Earth and Environmental Sciencethis link is disabled, 2021, 939(1), 012052
3. Mamatov, A.Z., Pardaev, X.N., Mardonov, J.S.H., Plekhanov, A.F. Determining of the heat-moisture state of raw cotton in a drum dryer. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennostithis link is disabled, 2021, 391(1), C. 46–49
4. Mamatov A., Parpiyev A., Kayumov A., Mathematical models of the heat and mass exchange process during pneumo-transportation of cotton-raw// International Scientific Journal Theoretical & Applied Science , p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online), Year: 2020 Issue: 11 ,Volume: 91 P.508-513.
5. Маматов А.З., Рахманов Ж.Т., Хамзакулов Э.А., Абдусатторов Ш.Ж., Хурозов И.Ж. Одна математическая модел для определения температуры и влажности хлопка-сырца при сушке в сушильной установке // ВОСТОЧНО ЕВРОПЕЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ (Eastern European Scientific Journal)
6. DOI: 10.31618/ESSA.2782-1994.2022.1.80 #4(80), 2022 часть 1. С.28-32