ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ МНОГОЧЛЕНА ЛАГРАНЖА

[1]Гофуржонов М.Р.
[2]Азимова У.А.
[1]Ташкентский университет информационных технологий, факультет "Компьютер инжиниринг"
ассистент кафедры "Искусственный интеллект"
gofurjonov13@mail.ru
[2]Ташкентский университет информационных технологий, факультет "Компьютер инжиниринг"
старший преподаватель кафедры "Искусственный интеллект"
umidaazimova64@gmail.com
https://doi.org/10.5281/zenodo.14909240

Введение. В классической задаче интерполяции полиномы строятся на интервале [a,b]. Чем больше узлов, тем лучше аппроксимация. Возможности классических интерполяционных полиномов частично ограничены. Количество построенной системы алгебраических уравнений зависит от количества узлов, с увеличением числа узлов возрастает и порядок системы алгебраических уравнений. Этот выпуск широко используется при анализе погодных данных, цифровой обработке медицинских сигналов и анализе минеральных ресурсов. Большинство методов расчета основаны на замене функций, участвующих в постановке задачи, на функции, близкие к ней в определенном смысле и имеющие более простую структуру [1,2,3].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предположим, что в интервале [a,b] дано n точек.

$$x_0,\ x_1,\ x_2,...,x_n$$

Эти точки называются узлами интерполяции. Пусть значение функции в этих точках равно следующему

$$\mathrm{f}(\mathrm{x}_0)=\mathrm{y}_0,\mathrm{f}(\mathrm{x}_1)=\mathrm{y}_1,..........f(x_i)=y_i,....\mathrm{f}(\mathrm{x}_\mathrm{n})=\mathrm{y}_\mathrm{n}$$

Значениями, принадлежащими определенному классу и принимаемыми функцией f(x) в узлах интерполяции, являются:

$$\mathrm{F}(\mathrm{x}_0)=\mathrm{y}_0,\mathrm{F}(\mathrm{x}_1)=\mathrm{y}_1,..........F(x_i)=y_i,....\mathrm{F}(\mathrm{x}_\mathrm{n})=\mathrm{y}_\mathrm{n}$$

Требуется построить функцию F(x), принимающую значения, и оценить ее абсолютную погрешность.

СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Используя метод лагранжевой интерполяции, мы получаем полином F(x) для указанной выше задачи.

Для каждого узла интерполяции $(\mathrm{x}_\mathrm{i},\mathrm{y}_\mathrm{i})$ строим отдельный полином.

$$\mathrm{F}_\mathrm{n}(\mathrm{x})=L_n(\mathrm{x})=\mathrm{y}_0\cdot\mathrm{F}_{0\mathrm{n}}(\mathrm{x})+y_1\cdot\mathrm{F}_{1\mathrm{n}}(\mathrm{x})+...+y_n\cdot\mathrm{F}_{\mathrm{nn}}(\mathrm{x}) \qquad (1)$$

Каждый из $F_{in}(x)$– является полиномом n-степени, тогда (1) также является полиномом n-степени. Каждого – $F_{in}(x)$

$$\mathrm{F}_\mathrm{in}(\mathrm{x})=\begin{cases}0, & если \quad i\neq j\\ 1, & если \quad i=j\end{cases}$$

мы выбираем выполнить условия [4].

F(x) — полином n-степени с корнями $x_0,\ x_1,\ x_2,...,x_{i-i},x_{i+1},...,x_n$.

Понятно что многочлен получет вид

$$\mathrm{F}_\mathrm{in}(\mathrm{x})=\mathrm{A}\cdot(\mathrm{x}-\mathrm{x}_0)(\mathrm{x}-\mathrm{x}_1)\cdot...\cdot(\mathrm{x}-\mathrm{x}_{\mathrm{i-i}})(\mathrm{x}-\mathrm{x}_{\mathrm{i+1}})\cdot...\cdot(\mathrm{x}-\mathrm{x}_\mathrm{n})$$

Здесь А- это константа. Согласно условиям $\mathrm{F}_\mathrm{in}(\mathrm{x})=1$ будет если, $\mathrm{i}=\mathrm{j}$. Теперь мы находим А.

$$A \cdot (x_j - x_0)(x_j - x_1) \cdot \ldots \cdot (x_j - x_{i-i})(x_j - x_{i+1}) \cdot \ldots \cdot (x_j - x_n) = 1 \qquad (2)$$

$$A = \frac{1}{(x_j - x_0)(x_j - x_1) \cdot \ldots \cdot (x_j - x_{i-i})(x_j - x_{i+1}) \cdot \ldots \cdot (x_j - x_n)} \qquad \Rightarrow$$

$$F(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \cdot \ldots \cdot (x - x_{i-i})(x - x_{i+1}) \cdot \ldots \cdot (x - x_n)}{(x_j - x_0)(x_j - x_1) \cdot \ldots \cdot (x_j - x_{i-i})(x_j - x_{i+1}) \cdot \ldots \cdot (x_j - x_n)}$$

в этом случае мы получим интерполяционное уравнение Лагранжа для неравных интервалов следующим образом [5].

$$L_n(x) = y_0 \cdot F_{0n}(x) + y_1 \cdot F_{1n}(x) + \ldots + y_n \cdot F_{nn}(x) = y_0 \cdot \frac{(x - x_1) \cdot \ldots \cdot (x - x_n)}{(x_0 - x_1) \cdot \ldots \cdot (x_0 - x_n)} +$$

$$+ y_1 \cdot \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \ldots \cdot (x_1 - x_n)} + \ldots + y_n \cdot \frac{(x - x_0) \cdot \ldots \cdot (x - x_1) \cdot \ldots \cdot (x - x_{n-1})}{(x_n - x_0) \cdot (x_n - x_1) \cdot \ldots \cdot (x_n - x_{n-1})} =$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Построить интерполяционный полином Лагранж для сигналов(таб 1)

1-таблица

Значения функции, соответствующие узлам

i	**X_i**	**$Y(x_i)$**
0	0,1	0.0334
1	0,1	0.0339
2	0,2	0.0343
3	0,3	0.0348
4	0,4	0.0353
5	0,5	0.0357
6	0,6	0.0362
7	0,7	0.0368
8	0,8	0.0374
9	0,9	0.0381

2-таблица.

Оценка погрешности интерполяции в методе Лагранжа

i	xi	y(xi)	Li(xi)	| y(xi)- Li(xi)|
0	0,1	0.0334	0.0334	0
1	0,1	0.0339	0.0337	0.0002
2	0,2	0.0343	0.0341	0.0002
3	0,3	0.0348	0.0344	0.0004
4	0,4	0.0353	0.0348	0.0005
5	0,5	0.0358	0.0353	0.0005
6	0,6	0.0362	0.0357	0.0005
7	0,7	0.0367	0.0362	0.0005
8	0,8	0.0372	0.0368	0.0004
9	0,9	0.0376	0.0374	0.0002
10	1	0.0381	0.0381	0

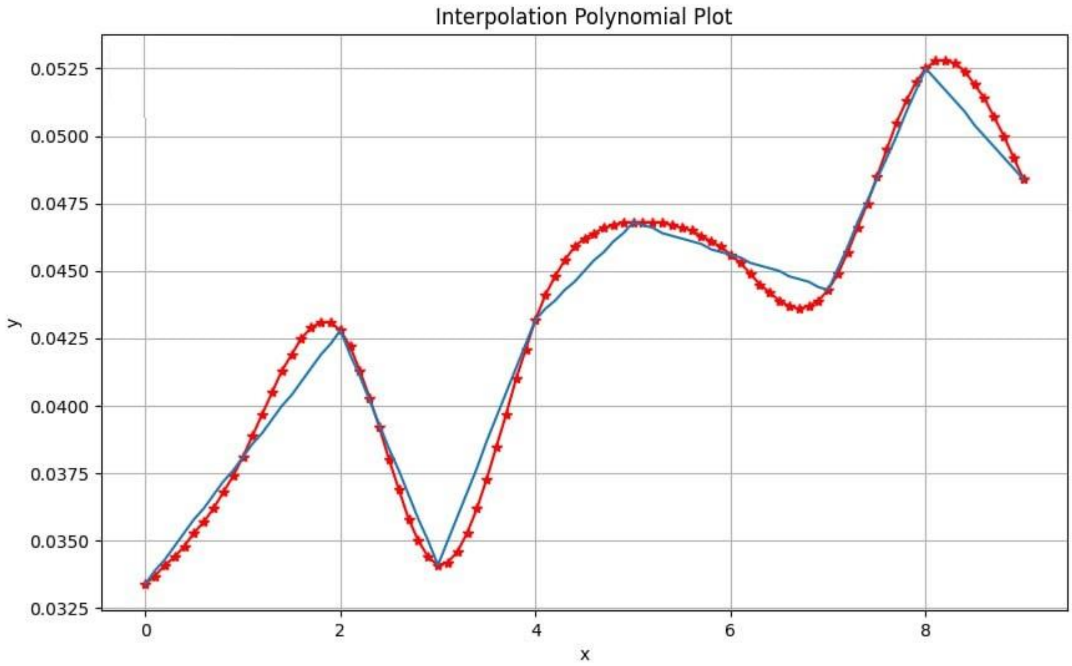

Рисунок 1. Результат интерполяции сигналов методом Лагранжа

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методом интерполяции Лагранжа в точках (узлах) сечения строились полиномы. Разработаны алгоритм и программа, повышающие точность интерполяции. Абсолютная погрешность интерполяционного полинома Лагранжа на данном интервале составила L(x)=0005. Установлено, что метод интерполяции Лагранжа более эффективен при восстановлении аналитического представления функции или функции в заданных точках.

ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Зайнидинов Х.Н, Жураев Ж.У. Функцияни Хаарнинг бўлак- ўзгармас ва бўлак- чизиқли вейвлетлари ёрдамида интерполяциялаш // «Muhammad al-Xorazmiy avlodlari» илмий-техника ва ахборот-таҳлилий журнали. – Тошкент, № 2(12), 2020, Б. 19-24. (05.00.00, №10).
2. Жураев Ж.У, Ураков Ш.У. Хаарнинг бўлак-ўзгармас ва Добеши вейвлетларида сигналларга рақамли ишлов бериш // Фан ва технологиялар тараққиёти. –Бухоро, 2020, Б. 133-142. №.6. (05.00.00, №24).
3. Juraev J.U. Digital signal processing with polynomial and Dobeshi wavelets // Наманган муҳандислик-технология институти илмий-техника журнали. – Namangan, Vol. 5, 2020.-P.235-243. (05.00.00, №33).
4. Zaynidinov H.N, Yusupov I, Juraev J.U, Jabbarov J.S. Applying Two-Dimensional Piecewise-Polynomial Basis for Medical Image Processing// International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering Vol. 9, №6. 2020. –P.5259-5265. https://doi.org/10.30534/ijatcse/2020/156942020
5. Zaynidinov H.N, Dadajanov U, Jurayev J.U. Algorithm for compressing blood images using two-dimensional wavelets Haar // Hisoblash va amaliy matematika muammolari. – Тошкент, 2020, Б. 133-142. №1(31). (05.00.00, №23)