



## METHODS OF CALCULATION OF RIGIDITY OF ELASTIC ELEMENTS OF SPRING SUSPENSION OF HIGH-SPEED ELECTRIC TRAIN

Khromova Galina Alekseevna<sup>1</sup>

Makhamadaliyeva Malika Aliyevna<sup>2</sup>

Khamrakulov Asilbek Shavkatjon ugli<sup>3</sup>

<sup>1</sup>doctor tech. sciences, professor,

<sup>2</sup>doctor (of. Ph) tech. sciences, associate professor,

<sup>3</sup>master's student of the Department of "Electric rolling stock",

State Transport University, Uzbekistan, Tashkent

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15628126>

### ARTICLE INFO

Received: 04<sup>th</sup> June 2025

Accepted: 08<sup>th</sup> June 2025

Online: 09<sup>th</sup> June 2025

### KEYWORDS

Electric rolling stock, high-speed electric trains, spring suspension system for high-speed electric trains, damping vibrations, mathematical model, algorithm, program, programming environment MATHCAD 15.

### ABSTRACT

The article presents a methods for calculating the rigidity of elastic elements of the spring suspension of a high-speed electric train under the action of forces in a horizontal transverse plane. A mathematical model is presented, numerical studies are performed in the programming environment MATHCAD 15.

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЖЕСТКОСТИ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ РЕССОРНОГО ПОДВЕШИВАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ЭЛЕКТРОПОЕЗДА

Хромова Галина Алексеевна<sup>1</sup>

Махамадалиева Малика Алиевна<sup>2</sup>

Хамракулов Асилбек Шавкатжон угли<sup>3</sup>

<sup>1</sup>доктор технических наук, профессор, <sup>2</sup>доктор (PhD) технических наук, и.о. доцент,

<sup>3</sup>магистрант кафедры "Электроподвижной состав"

Ташкентский государственный транспортный университет, Узбекистан, Ташкент

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15628126>

### ARTICLE INFO

Received: 04<sup>th</sup> June 2025

Accepted: 08<sup>th</sup> June 2025

Online: 09<sup>th</sup> June 2025

### KEYWORDS

Электроподвижной состав, высокоскоростные электропоезда, система рессорного

### ABSTRACT

В статье представлена методика расчета жесткости упругих элементов рессорного подвешивания высокоскоростного электропоезда при действии сил в горизонтальной поперечной плоскости. Представлена математическая модель, численные исследования выполнены в среде программирования MATHCAD 15.

подвешивания для  
высокоскоростных  
электропоездов,  
демпфирование  
колебаний,  
математическая  
модель, алгоритм,  
программа, среда  
программирования  
MATHCAD 15.

В мире важное место уделяется развитию и обеспечению безопасности высокоскоростного электроподвижного состава, (конкретно, электропоездов и высокоскоростных электропоездов), усовершенствованию систем их рессорного подвешивания на основании современных средств и оборудования с использованием передовых технологий. В развитых странах мира, таких как США, Англия, Франция, Испания, Германия, Япония, Китай, Россия и в других странах, при проектировании и создании новых электропоездов и электропоездов при повышенном скоростном режиме особое внимание уделяется усовершенствованию управляемых систем рессорного подвешивания [1,2,3,4].

В виде расчетного примера исследовалось рессорное подвешивание моторвагонного вагона высокоскоростного электропоезда АФРОСИАБ.

Наибольшее применение в высокоскоростных электропоездах в первичной и вторичной ступенях подвешивания имеют цилиндрические винтовые пружины. При действии горизонтальных сил каждая такая пружина обладает свойствами упругости, которые оцениваются коэффициентом горизонтальной жесткости  $J_r = \frac{P_r}{\varepsilon}$ .

Для определения этой жесткости винтовой пружины используется следующая расчетная схема (рисунок 1) и параметры модели. Условие расчета при соблюдении параллельности  $BB \parallel BB$ .

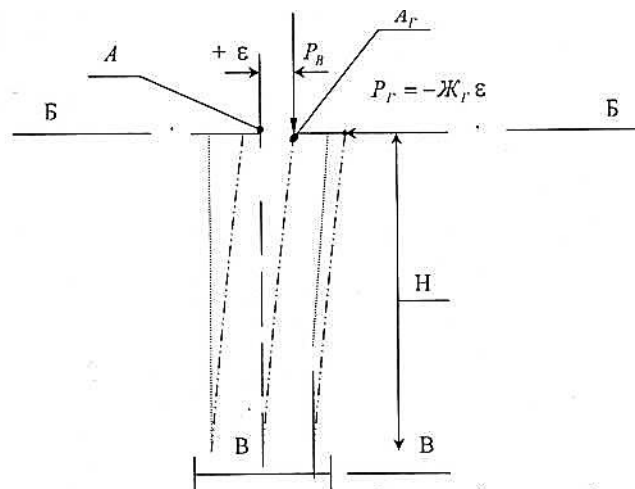


Рисунок 1. Схема горизонтальных деформаций винтовой пружины.



На рисунке 1 представлена схема горизонтальных деформаций цилиндрической винтовой пружины, которая характеризуется средним диаметром навитки  $D_n$ , расчетной вертикальной нагрузкой  $P_B$ , при действии которой она имеет высоту  $H$  при числе рабочих витков  $n$ . Согласно [1, с.144÷145] для расчета горизонтальной жесткости рекомендуются формулы

$$Ж_{\Gamma} = \frac{1}{\frac{1}{P_B} \left[ \frac{2}{K} \cdot tg \frac{K \cdot H}{2} - H \right] + \frac{H}{S}}, \quad (1)$$

$$K = \sqrt{\frac{P_B}{\frac{E}{\xi} \left( 1 - \frac{P_B}{S} \right)}}, \quad (2)$$

$$\text{где } S = \frac{8EJ}{D^2} tg \alpha; \quad (3)$$

$J = \frac{\pi d^4}{64}$  - экваториальный момент инерции площади поперечного сечения прутка этой пружины;

$E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа - модуль упругости материала пружины (сталь);

$\alpha$  - угол подъёма винтовой линии прутка пружины, определяемый по формуле

$$tg \alpha = \frac{H}{\pi D n} \quad (4)$$

$\xi = \frac{2 + \mu \cos \alpha}{2 \sin \alpha}$  для витков круглого сечения,  $\mu = 0,3$  - коэффициент Пуассона для стали.

Первая ступень (буксовая) рессорного подвешивания высокоскоростного электропоезда АФРОСИАБ состоит из цилиндрических винтовых пружин, амортизатора, небольших шатунов и упругой втулки. Итого на головной вагон приходится 8 пружин, 8 амортизаторов и 8 пар буксовых поводков. Как известно амортизатор не работает в горизонтальной поперечной плоскости, поэтому в расчётах не учитывается. Жёсткость пары буксовых поводков в горизонтальной поперечной плоскости известна [1, с. 236], и составляет  $Ж_{\Gamma}^6 = 0,785 \frac{МН}{м}$ . Поэтому необходимо рассчитать лишь жёсткость пружин  $Ж_{\Gamma}^{pp}$  в горизонтальной поперечной плоскости по рекомендуемым формулам. Далее из условия параллельной работы пружин и буксовых поводков рассчитываем эквивалентную жёсткость первой ступени рессорного подвешивания

$$Ж_{\Gamma 1} = 8 \cdot Ж_{\Gamma}^6 + 8 \cdot Ж_{\Gamma}^{pp} \quad (5)$$

Вторая ступень рессорного подвешивания кузова головного вагона высокоскоростного электропоезда к тележке состоит из восьми винтовых пружин (по четыре на тележку), упругих элементов в виде пневморессор и амортизаторов.

Во вторичном рессорном подвешивании упругим элементом является одна цилиндрическая винтовая пружина, с вертикальной жёсткостью равной [1]  $Ж_B^{2pp} = 0,893 \frac{МН}{м}$ . По рекомендуемым формулам определяем жёсткость этой пружины в горизонтальной поперечной плоскости  $Ж_{\Gamma}^{2pp}$ . Далее из условия параллельной работы четырех винтовых цилиндрических пружин определяем эквивалентную жёсткость второй ступени подвешивания в горизонтальной поперечной плоскости.

$$Ж_{\Gamma 2}^{пп} = 4 \cdot Ж_{\Gamma}^{2pp} \quad (6)$$

После определения вертикальной жёсткости, количества витков и геометрических параметров пружин модернизированного рессорного подвешивания, по формулам (1)÷(6) определяем суммарную эквивалентную жёсткость рессорного подвешивания с учетом первичного и вторичного рессорного подвешивания в горизонтальной поперечной плоскости  $J_{\Gamma}^{\text{Эрп}}$ . Из условия последовательной работы пружин рессорного подвешивания, определяем эквивалентную жёсткость рессорного подвешивания в горизонтальной поперечной плоскости

$$\frac{1}{J_{\Gamma}^{\text{Эрп}}} = \frac{1}{J_{\Gamma 1}} + \frac{1}{J_{\Gamma 2}^{\text{ЦП}}}, \quad (7)$$

$$J_{\Gamma}^{\text{Эрп}} = \frac{J_{\Gamma 1} \cdot J_{\Gamma 2}^{\text{ЦП}}}{J_{\Gamma 1} + J_{\Gamma 2}^{\text{ЦП}}}. \quad (8)$$

Проведем обоснование параметров модели колебаний рессорного подвешивания экипажа головного вагона высокоскоростного электропоезда АФРОСИАБ (в виде модели идеального головного моторвагонного вагона) в горизонтальной плоскости при движении в кривых участках рельсового пути. Расчетная схема представлена на рисунке 2 и аналогична работам [5,6,7,8,9].

Расчет силового нагружения рельсового пути от воздействия колесных пар моторвагонного вагона (головного моторвагонного вагона) высокоскоростного электропоезда АФРОСИАБ при движении в кривых (в кривом участке рельсового пути).

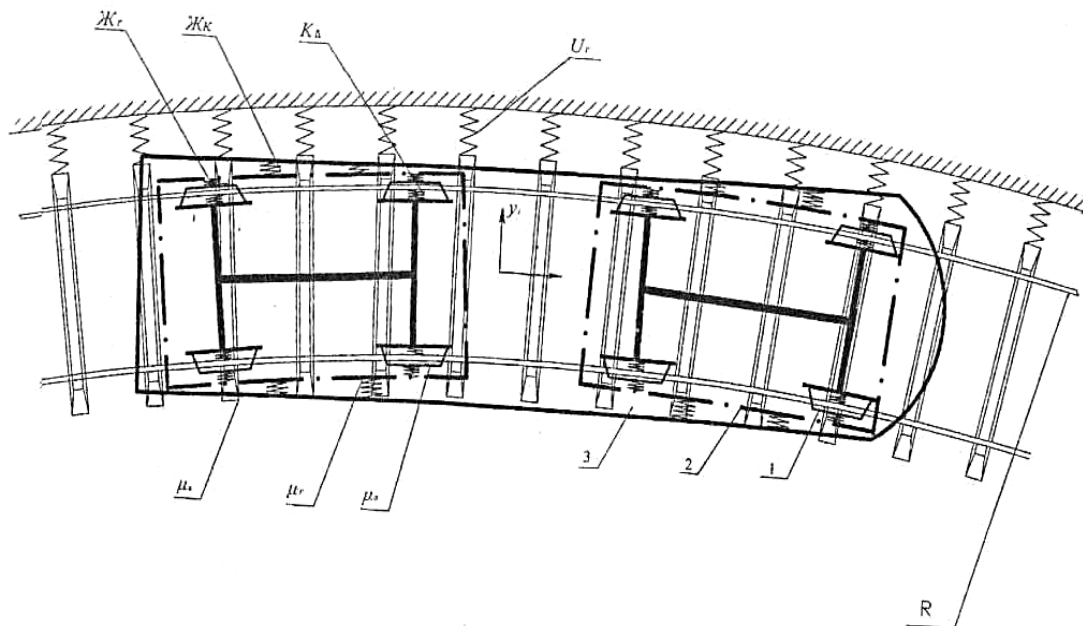


Рисунок 2. Расчетная схема для исследования процесса колебаний рессорного подвешивания моторвагонного вагона высокоскоростного электропоезда АФРОСИАБ в горизонтальной плоскости при его движении в кривых рельсового пути.

С учетом принятых допущений в работах [5,6,7,8,9] используем следующие уравнения упругих колебаний сечений моделей (рисунок 2):

- первой  $y_1(\ell, t)$ , характеризующей колебания масс колесных пар относительно поверхности внешнего рельса

$$m_1 \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + i_1 \frac{\partial^4 y_1}{\partial l^2 \partial t^2} + EI_1 \frac{\partial^4 y_1}{\partial l^4} + K_1 y_1 = \left[ q_l - \frac{F_0}{l_0} \right] \cos \left[ \frac{2\pi l}{l_0} + \frac{2\pi v_k t}{l_0} \right] \quad (9)$$



- второй  $y_2(\ell, t)$ , характеризующей колебания сечений тележек моторвагонного вагона электропоезда относительно внешнего рельса

$$\mu_2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} + i_2 \frac{\partial^4 y_2}{\partial l^2 \partial t^2} + EI_1 \frac{\partial^4 y_2}{\partial l^4} + K_2 y_2 = n_1(t, l) \quad (10)$$

- третьей  $y_3(\ell, t)$ , характеризующей колебания сечений кузова моторвагонного вагона электропоезда относительно внешнего рельса

$$\mu_3 \frac{\partial^2 y_3}{\partial t^2} + i_3 \frac{\partial^4 y_3}{\partial l^2 \partial t^2} + EI_1 \frac{\partial^4 y_3}{\partial l^4} + K_3 y_3 = n_2(t, l) \quad (11)$$

где  $t$  - время процесса;

$\ell$  - координата размещения сечения по дуге радиуса  $R$ , отсчитываемой от т.1 («условного» шарнира в передней автосцепке секции головного моторвагонного вагона), максимальное значение  $\ell = \ell_K$ ;

$F_0 = N_0 f_T$  - сила трения скольжения колеса головного моторвагонного вагона, нагруженного статической вертикальной нагрузкой  $N_0$  по поверхности внешнего рельса;

$\ell_0 = a = 2.13$  м - среднее расстояние между осями вращения колесных пар для секции головного моторвагонного вагона;

$f_T$  - коэффициент трения скольжения колеса по рельсу в направлении  $y_1(\ell, t)$ ;

$n_1(t, \ell)$  - интенсивность сил инерции первой модели;

$n_2(t, \ell)$  - интенсивность сил инерции второй модели;

$\mu_T$  и  $\mu_K$  - интенсивности масс тележек и кузова;

$K_T$  и  $K_K$  - интенсивности упругих связей между внешним рельсом и рамами тележек, между тележками и кузовом.

Расчёт горизонтальной поперечной жёсткости буксового рессорного подвешивания моторвагонного вагона всокоскоростного электропоезда АФРОСИАБ.

Данные для расчёта  $d = 0.044$  м,  $D = 0.266$  м,  $P_B = 156,8$  кН,

$n = 3,5$  витка,  $H = 0.316$  м.

$tg \alpha = \frac{0.09}{3.14 \cdot 0.266 \cdot 3.5} = 0.108$  рад, отсюда  $\alpha = 6.193$  градуса;

$$J = \frac{3.14 \cdot 0.044^4}{64} = 0.1839 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4;$$

$$\xi = \frac{2 + 0.3 \cdot \sin(0.108)}{\cos(0.108)} = 10.651;$$

$$S = \frac{8 \cdot 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 0.1839 \cdot 10^{-6}}{0.266^2} \tan \alpha = 4.738 \cdot 10^5 \text{ Н} = 47,38 \text{ кН};$$

$$K = \sqrt{\frac{156.8 \cdot 10^3}{\frac{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 0.1839 \cdot 10^{-6}}{10.685} \left(1 - \frac{156.8 \cdot 10^3}{4.723 \cdot 10^5}\right)}} = 8.04 \frac{1}{\text{м}};$$

$$Ж_{\Gamma}^{\text{PP}} = \frac{156.8 \cdot 10^3}{\frac{2}{8.059} \cdot \tan\left(\frac{8.059 \cdot 0.09}{2}\right) - 0.09 + \frac{0.09 \cdot 156.8 \cdot 10^3}{472.3 \cdot 10^3}} = 0.2652 \frac{\text{МН}}{\text{м}};$$

$$Ж_{\Gamma}^{\text{б}} = 0.785 \frac{\text{МН}}{\text{м}};$$

$$Ж_{\Gamma_{\text{сум1}}} = 8 \cdot Ж_{\Gamma}^{\text{б}} + 8 \cdot Ж_{\Gamma}^{\text{PP}} = 8 \cdot 0.785 + 8 \cdot 0.2652 = 8.401 \frac{\text{МН}}{\text{м}}.$$

Расчёт горизонтальной поперечной жёсткости вторичного (центрального) рессорного подвешивания.

Данные для расчёта  $d = 0.042$  м,  $D = 0.19$  м,  $P = 39,2$  кН,  $n = 5$  витков,  $H = 0.32$  м.



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0.32}{3.14 \cdot 0.19 \cdot 5} = 0.107, \text{ отсюда } \alpha = 6.146 \text{ градусов};$$

$$J = \frac{3.14 \cdot 0.042^4}{64} = 0.1527 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4;$$

$$\xi = \frac{2 + 0.3 \cdot \sin(0.107)}{\cos(0.107)} = 10.733;$$

$$S = \frac{8 \cdot 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 0.1527 \cdot 10^{-6}}{0.19^2} \tan \alpha = 7.651 \cdot 10^5 \text{ Н} = 76,51 \text{ кН};$$

$$K = \sqrt{\frac{39.2 \cdot 10^3}{\frac{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 0.1527 \cdot 10^{-6}}{10.733} \left(1 - \frac{39.2 \cdot 10^3}{7.651 \cdot 10^5}\right)}} = 3.719 \frac{1}{\text{м}};$$

$$Ж_{Г2}^{\text{ПР}} = \frac{39.2 \cdot 10^3}{\frac{2}{3.719} \cdot \tan\left(\frac{3.719 \cdot 0.32}{2}\right) - 0.32 + \frac{0.32 \cdot 39.2 \cdot 10^3}{7.651 \cdot 10^5}} = 0.6489 \frac{\text{МН}}{\text{м}};$$

$$Ж_{Г_{\text{сум2}}} = 4 \cdot Ж_{Г2}^{\text{ПР}} = 2.596 \frac{\text{МН}}{\text{м}}.$$

Полученные значения горизонтальных жёсткостей первой и второй ступеней рессорного подвешивания головного вагона высокоскоростного электропоезда АФРОСИАБ в горизонтальной поперечной плоскости используем для дальнейших расчётов. Численные исследования выполнены в среде программирования MATHCAD 15.

### References:

1. Механическая часть подвижного состава. / Под ред. И.С. Бирюкова, А.Н. Савоськина и др. М.: Транспорт, 1992. – 440 с.
2. Высокоскоростной железнодорожный транспорт. Общий курс: учеб. пособие: в 2 т./ И.П. Киселёв и др.; под ред. И.П. Киселёва.-М.: ФГБОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2014. Т.2.-372 с.
3. Andrie M. de Roos. Modeling Population Dynamics.1098 SM Amsterdam. Netherlands 2014. - 528 p.
4. Динамика электропоездов. /М.А. Ибрагимов, В.И. Киселев, В. А. Рамлов, А.В. Скалин: Уч. пос.-М.: РГОТУПС, 2005.- 128 с.
5. Хромова Г.А., Раджибаев Д.О., Хромов С.А., Разработка методов расчета на динамическую прочность рамных конструкций электропоездов сложной конфигурации для транспортного машиностроения. Монография. – Т.: «Инновацион ривожланиш нашриёт-матбаа уйи», 2020. – 192 с.
6. Khromova G., Makhamadalieva M. Numerical and analytical method of calculation of dynamic strength of modernized air springs for high-speed electric trains // E3S Web Conf., 474 (2024) 01027. Available at: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202447401027>
7. Хромова Г.А., Камалов И.С., Махамадалиева М.А. Обоснование способов улучшения рессорного подвешивания высокоскоростных электропоездов. // Железнодорожный транспорт: актуальные задачи и инновации, 2022, No 2, с.80-83.
8. Хромова Г.А., Махамадалиева М.А. Разработка методики продления срока службы рессорного подвешивания высокоскоростного электропоезда Afrosiyob // Universum: технические науки. – 2022. – №. 2 (95). – С. 66-70. Available at: [https://7universum.com/ru/tech/10\(103\)/10\(103\\_2\).pdf](https://7universum.com/ru/tech/10(103)/10(103_2).pdf)



9. Khromova G., Makhamadalieva M. Разработка математической модели по обоснованию рациональных параметров рессорного подвешивания высокоскоростного электропоезда Afrosiab. // *Universum: Technical sciences*, 2022, № 10 (103), октябрь 2022, часть 2, С. 62-66. DOI: [10.32743/unitech.2022.103.10.14404](https://doi.org/10.32743/unitech.2022.103.10.14404).