

## MODELING OF OSCILLATIONS OF AN ELASTIC ELEMENT IN THE FORM OF SPRINGS OF THE AXLE SPRING SUSPENSION OF ELECTRIC TRAINS

Khromova Galina Alekseevna<sup>1</sup>  
Kamalov Ikram Saidakbarovich<sup>2</sup>  
Omonov Shokhzhakhon Alisher ugli<sup>3</sup>

<sup>1</sup>doctor tech. sciences, professor

<sup>2</sup>associate professor,

<sup>3</sup>master's student of the Department of "Electric rolling stock",  
State Transport University, Uzbekistan, Tashkent  
<https://doi.org/10.5281/zenodo.18347577>

### ARTICLE INFO

Received: 16<sup>th</sup> January 2026

Accepted: 22<sup>nd</sup> January 2026

Online: 23<sup>rd</sup> January 2026

### KEYWORDS

*Electric rolling stock, electric train, spring suspension, coil springs, vibrations, stress-strain state, calculation method for dynamic strength of coil springs, algorithm, program, MATHCAD 15.*

### ABSTRACT

*The article presents a mathematical model and a developed algorithm for numerical studies on the selection of rational parameters of a new elastic element of the axle spring suspension of electric trains, the design of which is protected by Patent of the Republic of Uzbekistan for Invention No. IAP 4577 [1].*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОГО ЭЛЕМЕНТА В ВИДЕ ПРУЖИН БУКСОВОГО РЕССОРНОГО ПОДВЕШИВАНИЯ ЭЛЕКТРОПОЕЗДОВ

Хромова Галина Алексеевна<sup>1</sup>  
Камалов Икрам Саидакбарович<sup>2</sup>  
Омонов Шохжахон Алишер угли<sup>3</sup>  
<sup>1</sup>доктор технических наук, профессор,

<sup>2</sup>доцент,

<sup>3</sup>магистрант кафедры "Электроподвижной состав,"  
Ташкентский государственный транспортный университет, Узбекистан

<https://doi.org/10.5281/zenodo.18347577>

### ARTICLE INFO

Received: 16<sup>th</sup> January 2026

Accepted: 22<sup>nd</sup> January 2026

Online: 23<sup>rd</sup> January 2026

### ABSTRACT

*В статье представлены математическая модель и разработанный алгоритм численных исследований по выбору рациональных параметров нового упругого элемента осевой пружинной подвески электропоездов, конструкция которого защищена патентом Республики Узбекистан на изобретение No IAP 4577 [1].*



## KEYWORDS

*Электроподвижной  
состав, электропоезд,  
пружинная подвеска,  
винтовые пружины,  
вибрации, напряженно-  
деформированное  
состояние, метод расчета  
динамической прочности  
винтовых пружин,  
алгоритм, программа,  
MATHCAD 15.*

Система рессорного подвешивания электроподвижного состава является одним из ответственных узлов механического оборудования, так как его конструкция и характеристики непосредственно определяют безопасность движения, плавность хода и надежность других узлов подрессоренной части.

Основными задачами при создании новых конструкций рессорного подвешивания электропоездов, а также модернизации существующих являются расширение функциональных возможностей, повышение надежности, прочности и долговечности [2,3,4].

Из научно-технической и патентной литературы хорошо известны достоинства и недостатки винтовых пружин. К последним относится недостаточная величина сил внутреннего трения, что приводит к необходимости использовать их в системах рессорного подвешивания в комплекте с гасителями колебаний; линейная характеристика жесткости; неэффективное использование прочностных качеств материала, из которого они изготовлены; слабое гашение высокочастотных составляющих динамической нагрузки [3,4].

В связи с этим нами была предложена новая конструкция упругого элемента в виде винтовой пружины, внутренняя трубчатая полость которой заполнена рабочей жидкостью с большим термическим коэффициентом расширения, например, глицерином или машинным маслом, в которой размещен упругий демпфирующий элемент (рисунок 1) [1].

Задача предложенного нами изобретения [1] – создание упругого элемента, обеспечивающего улучшение демпфирования высокочастотных составляющих динамической нагрузки и возможность автоматического регулирования его жесткостными характеристиками.

Термоупругий гидравлический амортизатор содержит винтовую пружину 1, имеющую трубчатый корпус 2, полость которого заполнена рабочей жидкостью 3 с большим термическим коэффициентом расширения, например, глицерином или машинным маслом; в полости размещен упругий демпфирующий элемент 4, выполненные из материала с высоким внутренним трением, например резины. В центральной части по высоте винтовой пружины 1 установлен нагреватель 5. С

двух сторон (концов) винтовой пружины 1 трубчатого сечения имеются заглушки 6.

Для обоснования данной перспективной конструкции упругого элемента в виде пружины, трубчатое сечение которой заполнено рабочей жидкостью и упругим демпфирующим элементом [1], проведена разработка математической модели с учетом вязкостного демпфирования при повышенных скоростных режимах движения электроподвижного состава.

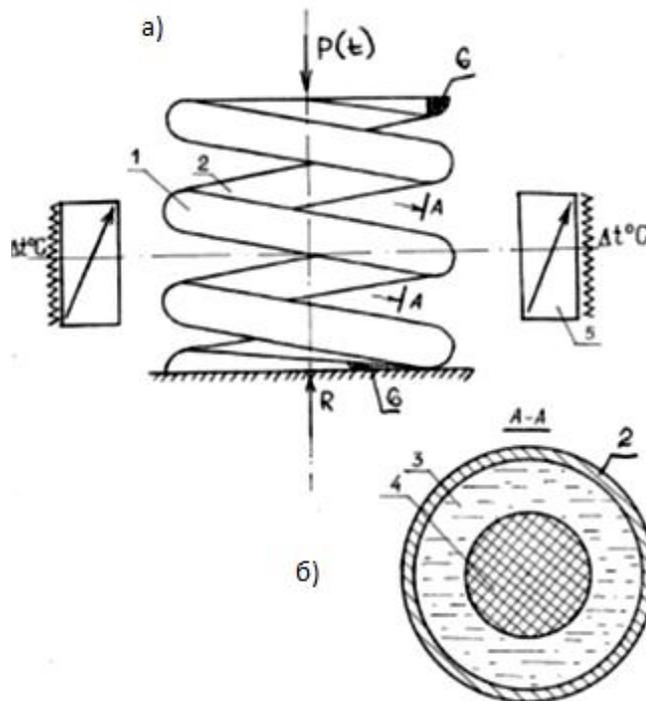


Рисунок 1. Схема упругого элемента в виде пружины, трубчатое сечение которой заполнено рабочей жидкостью и демпфирующими элементами [1]:

а). фиг.1 – схема упругого элемента; б).фиг.2- сечение А-А.

С учетом данных работ профессоров Timoshenko S. P. и Вольмира А.С. [4,5] можно записать дифференциальные уравнения радиальных колебаний двух круговых цилиндрических оболочек, одна из которых (2 - трубчатый корпус пружины, см. рисунок 1) заполнена сжимаемой рабочей жидкостью, имеющей пульсирующей давление по длине и по времени, а вторая оболочка представляет собой упругий демпфирующий элемент (4, см. рисунок 1) и расположена внутри, под действием динамических воздействий  $P_{дин}$ , в перемещениях (колебания считаем осесимметричными):

- для первой оболочки (2 - трубчатый корпус пружины, см. рисунок 1) уравнение радиальных колебаний имеет вид

$$\bar{m}_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + D_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \bar{N}_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{1}{R_1} \frac{E_1 h_1}{1-\mu_1^2} \left( \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{w_1}{R_1} \right) = P_{жид}(x, t), \quad (1)$$



- для второй оболочки (4 - упругий демпфирующий элемент, см. рисунок 1) уравнения радиальных колебаний имеет вид

- уравнение поперечных смещений

$$\bar{m}_2 \frac{\partial^2 W_2}{\partial t^2} + D_2 \frac{\partial^4 W_2}{\partial x^4} + \bar{N}_2 \frac{\partial^2 W_2}{\partial x^2} + \frac{1}{R_2} \frac{E_2 h_2}{1 - \mu_2^2} \left( \mu_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{W_2}{R_1} \right) = -P_{\text{жид}}(x, t), \quad (2)$$

В уравнениях (1) ÷ (2) введены обозначения  $E_i$ ,  $\mu_i$ ,  $\rho_i$ ,  $h_i$  - модуль упругости, коэффициент Пуассона, плотность материала и толщина оболочек, где  $i = 1, 2$ ;  $D_1$  и  $D_2$  - цилиндрическая жесткость первой и второй оболочек;  $V_{\text{ж}}$  - скорость течения рабочей жидкости между оболочками, а

$$D_1 = \frac{E_1 h_1^3}{12(1 - \mu_1^2)}; \quad D_2 = \frac{E_2 h_2^3}{12(1 - \mu_2^2)}. \quad (3)$$

Значения присоединенной массы можно определить по формулам (1) и (2) согласно [5]

$$\bar{m}_1 = \rho_1 h_1 + \Phi_{\text{ан1}}^* \rho_{\text{ж}}; \quad \bar{m}_2 = \rho_2 h_2 + \Phi_{\text{ан2}}^* \rho_{\text{ж}}; \quad \bar{N}_1 = \Phi_{\text{ан1}}^* \rho_{\text{ж}} V_{\text{ж}}^2; \quad \bar{N}_2 = \Phi_{\text{ан2}}^* \rho_{\text{ж}} V_{\text{ж}}^2. \quad (4)$$

Таким образом, мы получили систему уравнений для исследования радиальных колебаний упругого элемента в виде пружины, трубчатое сечение которой заполнено рабочей жидкостью и упругим демпфирующим элементом, которые будут решены далее по известным методикам с применением метода Фурье, операционного преобразования Лапласа, а также численных методов с применением ЭВМ: метода итераций и кусочно-линейной аппроксимации. Численные исследования будут получены в среде программирования MATHCAD 15.

В результате планируется провести подбор рациональных параметров для нового упругого элемента буксового рессорного подвешивания электропоездов, конструкция которого защищена Патентом Республики Узбекистан на изобретение № IAP 4577 [1].

Математические модели, методы и алгоритмы решения подобных задач представлены в статьях [6,7,8].

### References:

1. Глущенко А.Д., Хромова Г.А., Мохаммед Исса Махмуд Ахмад. Упругий элемент. Патент Республики Узбекистан на изобретение № IAP 4577, опубл. 30.09.1997 г., Бюл. № 3.
2. Ибрагимов М.А. Совершенствование конструкции рессорного подвешивания локомотивов. Винтовые цилиндрические пружины: монография. / М.А. Ибрагимов.-МИИТ, 2010.-127 с.
3. Branislav Titurus, Jonathan du Bois, Nick Lieven, Robert Hansford. A method for the identification of hydraulic damper characteristics from steady velocity inputs. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24, (8), pp. 2868–2887. (2010).
4. Timoshenko S. P. Strength of Materials: Part II – Advanced Theory and Problems. - СПб.: Издательство «Лань», 2002. - 672 с.
5. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости. М.: Наука, 1979.- 320 с.



6. Khromova G., Makhamadalieva M. and Khromov S. Generalized dynamic model of hydrodynamic vibration dampener subject to viscous damping. *E3S Web of Conferences, EDP Sciences 264* (2021), 05029. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126405029>
7. Khromova G., Kamalov I. and Makhamadalieva M. Development of a methodology for solving the equations of bending vibrations of the hydro friction damper of the electric train of disk type. *AIP Conference Proceedings*, 2656(1) (2022). <https://doi.org/10.1063/5.0108814>
8. Khromova G. A., Makhamadalieva M. A. Development of a mathematical model to justify rational parameters of the spring suspension of the high-speed electric train Afrosiab. // *Universum: технические науки : электрон. научн. журн.* 2022. 10(103). URL: <https://7universum.com/ru/tech/archive/item/14404>