



ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРНИНГ АНАЛИТИК ЕЧИМИНИ MAPLE ДАСТУРИ ЁРДАМИДА ТОПИШ

¹Бутабоев Алимардон Алимжонович

Гулистон давлат университети

²Адилов Абдураим Намозович

Гулистон давлат университети

³Жонқобиллов Жахонгир Тиркашевич

Тошкент Амалий фанлар университети

ARTICLE INFO

Received: 28th May 2023

Accepted: 05th June 2023

Online: 06th June 2023

KEY WORDS

Математик модел,
чегаравий масалалар, моддий
нуқта, пропорционаллик
коэффициенти, ҳисоблаш
математикаси.

ABSTRACT

Компютернинг қўлланилиш соҳаларидан бири механик жараёнларни ва объектларнинг математик моделларини ҳисоблаш усуллари ва компютерларнинг дастурий воситалари ёрдамида тадқиқ этиш бўлиб қолмоқда. Ҳисоблаш математикаси усуллари ва компютерларнинг замонавий имкониятлари биргаликда механик жараёнлар ва объектларнинг шу пайтгача номаълум хусусиятларини очишга ва шу аснода, технологик жараёнларни такомиллаштиришга хизмат қилмоқда.

Ҳозирги кунда фан-техника ривожланиб борган сари математиканинг роли ортиб бормоқда. Шу жумладан математикадан физика, механика ва астрономия ҳамда иқтисодий масалаларни ечишда, биологик жараёнларни таҳлил этишда ва бошқа кўп соҳаларда фойдаланилади. Бу соҳалардаги жараёнларнинг математик модели дифференциал тенгламалар номи билан юритилади.

Ушбу илмий мақола ҳисоблаш математикаси ва компютернинг илмий тадқиқот ишларда қўлланилишига боғлиқ бўлиб, илмий ва амалий жиҳатдан долзарбдир (Прохоров ва бош., 2006). Мақолада оддий дифференциал тенгламаларни MAPLE дастури ёрдамида аналитик ва тақрибий ечиш масаласи қаралади. Қуйида масаланинг қўйилиши ва уни ечишнинг кетма-кет алгоритми келтирилган. Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун зарур бўлган ҳисоблаш усуллари тавсифланади.

Тадқиқот объекти сифатида оддий дифференциал тенгламалар, чегаравий масалалар қаралади. Тадқиқот методлари: масалани ечишнинг аниқ усуллари, тақрибий-аниқ усуллари ва сонли усуллар.

Амалда ихтиёрий математик пакет ёрдамида амалга ошириш мумкин бўлган “элементар” ҳисоблашлар ва алмаштиришлар занжири мураккаб масалаларни ҳам ечиш имконини беради (масалан, оддий дифференциал тенгламалар, чегаравий масалаларни ечиш). MAPLE дастурий пакети олий математиканинг махсус бўлимларидаги кўпгина масалаларнинг ечимларини топишга имкон беради. MAPLE муҳитида ишлаш технологияси билан махсус адабиётларда танишиш мумкин (Голоскоков, 2004). MAPLE математик пакетидан «Дифференциал тенгламалар» ва



«Олий математика» фанидан бўладиган амалий машғулотларда, семинар машғулотларида, оддий дифференциал тенглама ва тенгламалар системаси, чегаравий масалаларни сонли ечиш бўйича танлов фанлари машғулотларида фойдаланиш мумкин.

Фараз қилайлик моддий нуқта OX ўқи бўйлаб ҳаракат қилсин. Ҳаракат функцияси $f(t)$ бўлсин. Бундан ташқари бирор $t=t_0$ моментда унинг абсиссаси x_0 қийматни қабул қилсин. Шу моддий нуқтанинг ҳаракат қонунини топинг.

Бу масаланинг математик модели ушбу

$$\frac{dx}{dt} = f(t), \quad x(t_0) = x_0$$

дифференциал тенглама ва бошланғич шарт кўриниш билан ифодаланади.

Яна бир мисол келтирайлик. Радиактив модда ҳисобланган радиийнинг парчаланиш тезлиги унинг миқдорига тўғри пропорционал. Фараз қилайлик, t моментда R_0 радиий бор бўлсин. Ихтиёрий t моментда R радиий миқдорини аниқланг.

Агар пропорционаллик коэффициенти c ($c>0$) га тенг бўлса, у ҳолда масала ушбу дифференциал тенгламани ечишга келтирилади.

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -cR$$

Бу тенгламани $t=t_0$ да $R=R_0$ га тенг бўладиган ечими

$$R=R_0 e^{-c(t-t_0)}$$

функция билан ифодаланади.

Юқоридаги масалалардан кўринадики, битта дифференциал тенгламани бир неча функциялар қаноатлантириши мумкин, шунинг учун дифференциал тенгламалар назариясининг асосий мақсади берилган тенгламанинг барча ечимларини топиш ва уларнинг хусусиятларини ўрганишдан иборат.

Бу мақсадга эришиш учун ҳозирги кунда бизнинг қўлимизда махсус математик пакетлар мавжуд. Булар MAPLE, Mathcad, MathLab, Mathematica ва ҳоказо. Ана шу пакетлардан фойдаланган ҳолда оддий дифференциал тенгламаларни ечишимиз мумкин бўлади.

Қуйида ана шунга эришиш учун аввал дифференциал тенглама, чегаравий масала, уларнинг умумий ва хусусий ечимлари, уларни аналитик усулда топиш, қай ҳолларда математик пакетлардан қандай фойдаланиш мумкинлиги ҳақида сўз юритилади.

MAPLE да дифференциал тенгламаларнинг аналитик ечимларини топиш учун қуйидаги команда ишлатилади:

dsolve(eq,var,options),

бу ерда

eq – дифференциал тенглама;

var – ноаниқ функциялар;

options – параметрлар.

Дифференциал тенгламани киритишда ҳосилани билдириш учун дифф команда ишлатилади, масалан,

$$y''+y=x$$

дифференциал тенглама қуйидаги кўринишда ёзилади:



$\text{diff}(y(x), x^2) + y(x) = x$.

Дифференциал тенглама сонли ечимининг графигини қуриш учун ушбу

$\text{odeplot}(dd, [x, y(x)], x=x1..x2)$

командадан фойдаланиш мумкин, бу ерда функция сифатида $dd:=\text{dsolve}\{\{eq, cond\}, y(x), numeric\}$ – сонли ечиш командасидан фойдаланилган, бундан кейин эса квадрат қавсда ўзгарувчи ва номаълум функция $[x, y(x)]$ ҳамда график қуришнинг интервали $x=x1..x2$ каби кўрсатилган.

Олинган натижалар ва уларнинг таҳлили

Муаммони ойдинлаштиришни машқларда бажариб кўрайлик ва қуйидаги тадбиқларни бажарайлик:

Қуйидаги Коши масаласининг сонли ва тақрибий ечимини 2-тартибли даражали қатор кўринишида топайлик:

$$y'' + x \sin(y) = -\sin x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 1.$$

Бунинг учун аввало Коши масаласининг сонли ечимини топамиз, кейин эса топилган ечимнинг графигини қурамыз:

```
> restart; orde=6;
```

```
> eq:=diff(y(x), x$2)+x*sin(y(x))= - sin(x):
```

```
> cond:=y(0)=-1, D(y)(0)=1:
```

```
> de:=dsolve({eq, cond}, y(x), numeric);
```

```
> de:=proc(rkf45_x) ... end proc
```

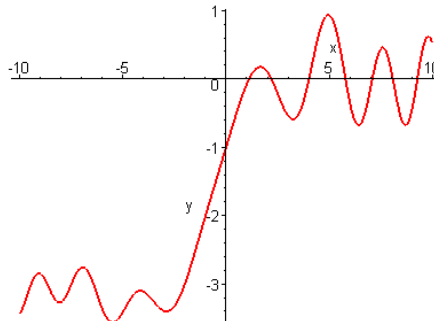
Натижани чиқариш қаторида *rkf45* усулдан фойдаланилганлик ҳақида маълумот чиқади. Агар сатр керакли маълумот бермаса, бу оралиқ командани икки нуқта қўйиш билан ажратиб қўйиш лозим. Агар x нинг бирор фиксирланган қиймати учун натижа олиш (масалан, ечимнинг шу нуқтадаги ҳосиласи қийматини чиқариш) зарур бўлса, масалан, $x=0.5$ нуқтада, y ҳолда қуйидагилар терилади (1-расм):

```
> de(0.5);
```

$$\left[x = .5, y(x) = -.506443608478440388, \frac{\partial}{\partial x} y(x) = .954574167168752430 \right]$$

```
> with(plots):
```

```
> odeplot(de, [x, y(x)], -10..10, thickness=2);
```



1-расм. Коши масаласи сонли ечимининг графиги.

Коши масаласи ёки чегаравий масаланинг ечилиши. **Dsolve** команда Коши масаласи ёки чегаравий масаланинг ечимини топиши мумкин, агарда берилган дифференциал тенглама учун ноаниқ функциянинг бошланғич ҳамда чегаравий шартлари берилса. Бошланғич ёки чегаравий шартларда ҳосилаларни белгилаш учун



дифференциал оператор D ишлатилади масалан, $y''(0)=2$ шартни $(D@@2)(y)(0)=2$ каби беришга тўғри келади ёки $y'(1)=0$ шартни: $D(y)(1)=0$. Эслатиб ўтамиз, n -чи тартибли ҳосила $(D@@n)(y)$ каби ёзилади.

1). Муаммони ойдинлаштиришни машқларда бажариб кўрайлик ва қуйидаги тадқиқларни бажарайлик, яъни Коши масаласининг ечимини топайлик:

$$y^{(4)}+y''=2\cos x, y(0)=-2, y'(0)=1, y''(0)=0, y'''(0)=0.$$

Ечиш:

$$> de:=diff(y(x),x$4)+diff(y(x),x$2)=2*cos(x);$$

$$de := \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} y(x) \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x) \right) = 2 \cos(x)$$

$$> cond:=y(0)=-2, D(y)(0)=1, (D@@2)(y)(0)=0,$$

$$(D@@3)(y)(0)=0;$$

$$cond:=y(0)=-2, D(y)(0)=1, (D^{(2)})(y)(0)=0, (D^{(3)})(y)(0)=0$$

$$> dsolve(\{de,cond\},y(x));$$

$$y(x) = -2\cos(x) - x\sin(x) + x.$$

2). Бошқа турдаги оддий дифференциал тенгламанинг ечимини турли аналитик усуллар ёрдамида MAPLE дастуридан фойдаланиб ечинг:

$$\sin(x) y'(x) - \cos(x) y(x) = 0.$$

Ечиш:

$$> ode_L:=\sin(x)*diff(y(x),x)-\cos(x)*y(x)=0;$$

$$ode_L := \sin(x) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - \cos(x) y(x) = 0$$

$$> dsolve(ode_L,[linear],useInt);$$

$$y(x) = _C1 e^{\left(\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)} dx \right)}$$

$$> value(%);$$

$$y(x) = _C1 \sin(x)$$

$$> dsolve(ode_L,[separable],useInt);$$

$$\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)} dx - \int \frac{1}{_a} d_a + _C1 = 0$$

$$> value(%);$$

$$\ln(\sin(x)) - \ln(y(x)) + _C1 = 0$$

Кўпчилик дифференциал тенгламалар турларининг аниқ аналитик ечими топилмайди. Бу ҳолда дифференциал тенгламаларнинг ечимини яқинлашувчи методлар ёрдамида топиш мумкин, яъни ноаниқ функцияни даражали қаторга ёйиш орқали топиш.

Дифференциал тенгламанинг ечимини даражали қатор кўринишида топиш учун дсOLVE командада ўзгарувчилардан кейин **type=series** (ёки шунчаки series) параметрини кўрсатиш керак. n -чи ёйилма тартибини кўрсатиш учун, яъни даража



тартибини ёйилма тугагунча, дсолве командадан олдин тартибни аниқлайдиган **Order:=n** командани қўйиш керак.

Энди Коши масаласининг ечимини даражали қатор кўринишида топамиз ҳамда сонли ечим ва олинган даражали қаторнинг графигини улар мосроқ тушиши мумкин бўлган интервал учун ясаймиз (2-расм).

```
> dsolve({eq, cond}, y(x), series);
```

$$y(x) = -1 + x + \left(\frac{1}{6} \sin(1) - \frac{1}{6}\right)x^3 - \frac{1}{12} \cos(1)x^4 + \left(\frac{1}{120} - \frac{1}{40} \sin(1)\right)x^5 + O(x^6)$$

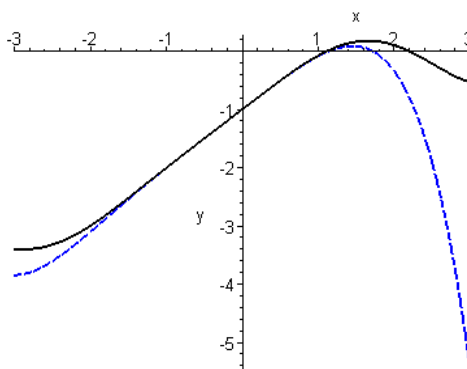
```
> convert(%, polynom):p:=rhs(%):
```

```
> p1:=odeplot(de,[x,y(x)],-3..3, thickness=2,  
color=black):
```

```
> p2:=plot(p,x=-3..3,thickness=2,linestyle=3,  
color=blue):
```

```
> display(p1,p2);
```

Ечимнинг даражали қатор билан жуда яқин қийматлари $-1 < x < 1$ еканлиги графикдан кўриниб турибди.



2-расм. Коши масаласи ечимининг графиги.

Агар бу каби масалалрни оддий математик усулда ечиш, ҳамда унинг графигини ҳосил қилиш зарур бўлса, бу талабалардан, илмий ходим ва ўқитувчилардан кўп вақт ва малака талаб етади. Юқоридаги масаладан кўриниб турибдики, уни MAPLE муҳитида осон ечиш ва бир пайтда унинг графигини ҳам ҳосил қилиш мумкин экан.

References:

1. Qilichev, S., & Butaboyev, A. (2022). ELEKTRON TA'LIMNING O 'QUV-USLUBIY TA'MINOTINI YARATISHDA WEB TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH. Science and innovation, 1(B8), 268-274.
2. Butaboyev, A., & Qilichev, S. (2022). ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA ULARNING SISTEMALARINI BERILGAN BITTA NUQTADA YECHISH TEXNOLOGIYASI. MATHCAD DASTURI TARKIBIDAGI RKADAPT VA BULSTOER FUNKSIYALARINING QO 'LLANILISHI. Science and innovation, 1(A8), 123-128.
3. S.Qilichev A.Butaboyev. (2022). USE OF WEB TECHNOLOGIES IN THE CREATION OF EDUCATIONAL AND METHODOLOGICAL SUPPORT OF ELECTRONIC EDUCATION. <https://doi.org/10.5281/zenodo.7342875>



4. Бутабоев Алимардон Алимжонович, Худайкулов Совет Ишанкулович, Саттаров Собидхон Мухтарович, & Абилхакимов Бекмурот Абдураимович (2020). Моделирование закономерность отложения взвешенных и донных наносов жиззакского водохранилища. Life Sciences and Agriculture, (2-2), 155-159.
5. Бутабоев Алимардон Алимжонович, Саттаров Собидхон Мухтарович, Худайкулов Совет Ишанкулович, & Жураев Адхам Менгзия Ўғли (2020). Моделирование надежности работы водохранилища. Life Sciences and Agriculture, (2-2), 149-154.
6. Butaboev, A. A., Sattarov, S. M., Khudaykulov, S. I., & Zhuraev, A. M. Modeling the reliability of the reservoir" Life Sciences and Agriculture. Electronic scientific and practical journal. ISSN, 2181-0761.
7. Negmatulloev, Z., Abduraximov, D., Allayorov, S., & Adilov, A. (2023). MATHCAD MUHITIDADA DASTURLASH. Евразийский журнал технологий и инноваций, 1(5 Part 2), 41-45.
8. Qudratov, A., & Adilov, A. (2022). ELEKTRON RAQAMLI IMZO. Science and innovation, 1(A7), 668-671.
9. Adilov, A., & Mirzayev, S. (2023). STUDYING THE TOPIC "FEATURES OF MANAGING UNITS IN VARIOUS TYPES OF COMBAT" USING INTERACTIVE TEACHING METHODS. Science and innovation, 2(B2), 195-197.
10. Adilov, A. (2023). TA'LIMDA AXBOROT KOMMUNIKATSIYA TEXNOLOGIYALARINI KENG JORIY QILISHNING AVZALLIKLARI. Евразийский журнал технологий и инноваций, 1(5), 124-127.
11. Qudratov, A., & Adilov, A. (2022). ELECTRONIC DIGITAL SIGNATURE. Science and Innovation, 1(7), 668-671.
12. Достонбек Эгамназар Ўғли Абдураимов, Абдураим Намазович Адиллов, & Алишер Пардабо Ўғли Турдиев (2021). АНИЗОТРОП ВА ИЗОТРОП ЖИСМЛАР УЧУН ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИНГ ИККИ ЎЛЧОВЛИ ҲОЛАТДАГИ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ. Scientific progress, 1 (5), 449-453.
13. Sh. Mavlonov (2022). UZLUKSIZ TA'LIM TIZIMIDA AXBOROT XAVFSIZLIGI VA KIBERXAVFSIZLIKNI O'QITISH ZARURIYATI. Science and innovation, 1 (B7), 1198-1201. doi: 10.5281/zenodo.7306523
14. Mavlonov, S. (2023). ELEKTRON TA'LIM MUXITIDA "AXBOROT XAVFSIZLIGI" FANINI O'QITISHDA INTERFAOL KURS DIZAYNLARI ORQALI TAKOMILLASHTIRISH. Евразийский журнал технологий и инноваций, 1(5 Part 2), 15-18. извлечено от <https://www.in-academy.uz/index.php/ejti/article/view/15112>
15. Islikov, S., Saidov, J. ., Egamberdiyeva , R. ., & Xolmuminov , D. . (2023). MUSTAQIL TA'LIMNI SHARQ MUTAFAKKIRLARINING QARASHLARI ASOSIDA TASHKIL QILISH. Евразийский журнал технологий и инноваций, 1(5), 172-174. извлечено от <https://in-academy.uz/index.php/ejti/article/view/15059>
16. Saidov, J. D., Qudratov, A. N., Islikov, S. X., Normatova, M. N., & Monasipova, R. F. (2023). Problems of Competency Approach in Developing Students' Creativity Qualities for.