EURASIAN JOURNAL OF TECHNOLOGY AND INNOVATION
Innovative Academy Research Support Center
Open access journal www.in-academy.uz

UCHINCHI VA TO`RTINCHI DARAJALI TENGLAMALARNI YECHISHNING YANA BIR USULI

[1]Nurbayev Abdurashid
Guliston davlat universiteti o'qituvchisi
[2]Агафонов Александр Алексеевич
Lobachevskiy nomidagi Qozon Federal universiteti, Rossiya Federatsiyasi
[3]Savronov Doston Rustamovich
Guliston shaxar Prezident maktabi o'qituvchisi

ARTICLE INFO

Received: 02nd June 2023
Accepted: 09th June 2023
Online: 10th June 2023

KEY WORDS

Algebraik teinglama, Chirengauz almashtirishi, Kardano,kubik tenglama, Ferrari metodi, to`rtinchi darajali tenglama.

ABSTRACT

Ushbu maqolada algebraik tenglamalarni yechish usullarida biri uchinchi va to`rtinchi darajali tenglamalar uchun ko`rsatilgan. Bu usul o`zga usullardan keskin farq qiladi. Bu usul yordamida boshqa tenglamalarni ham yechishga harakat qilingan. Ko`rsatilgan usullar o`quvchilarni yanada kengroq fikrlashga yordam beradi.

Uchinchi darajali tenglamani XI asrda Umar Xayyom(1048-1123) birinchi marta geometrik usulda yechgan edi. U uchinchi darajali tenglamani aylana va parabola tenglamalariga ajratib ularning kesishish nuqtasining berilgan tenglamaning yechimi ekanligini isbotlagan edi. Uning koordinitalar sistemasidagi o'qlar chapdan o'ngga va yuqoridan pastga qarab yo'naltirilgan .([1], ga qarang) XVI asr boshida italiyalik Ferro (1465-1526)

$$x^3+px+q=0 \qquad (1)$$

ko'rinishdagi tenglamaning yechish usulini topgan edi.

1545 yilda italiyalik Kardano (1501-1576) esa (1) ko'rinishdagi tenglamani italiyalik Tartalya (1500-1557) ko'rsatgan usulda bayon etdi.([2], 250-255 betlarga qarang)

To'rtinchi darajali tenglamalarni yechish usuli bilan dastlab XV asrda G'iyosiddin Jamshid al-Koshiy (Mirzo Ulug'bekning safdoshi va rasadxo- nasining yetuk xodimi) shug'ullangan edi. Al-Koshiygacha bo'lgan davrda hech kim shug'ullangan emas. Bu haqda [3] ishimizda qayd etganmiz.

Biz yuqorida qayd etilgan usullardan jiddiy farq qiluvchi usulni bayon qilamiz.

Avvalo uchinchi darajali tenglamani ko`rib chiqaylik

Biz

$$x^3+c_1x^2+c_2x+c_3=0 \qquad (2)$$

tenglamani ko'rib o'tamiz , bunda c_1, c_2, c_3 berilgan sonlar (haqiqiy yoki kompleks)

Agar

$$x=t+ c_1/3$$

almashtirish bajarilsa (2) tenglama

$$t^3+at+b=0$$

ko'rinishga keladi, ya'ni (1) ko'rinishda bo'ladi.

Biz (2) dan

$$x^3=-c_1x^2-c_2x-c_3 \qquad (3)$$

deb yozamiz.

1683 yilda Chirngauz taklif qilgan

$$y=p_0+p_1x+p_2x^2$$

almashtirishdan foydalanamiz, bunda p_0, p_1, p_2 - sonlar hozircha noma'lum (haqiqiy,kompleks). Bu almashtirish va (3) ga asosan

$$yx=(p_1-c_1p_2)x^2+(p_0-c_2p_2)x-c_3p_2=p_0^{'}+p_1^{'}x+p_2^{'}x^2$$

$$yx^2=(p_1-c_1p_2)x^3+(p_0-c_2p_2)x^2-c_3p_2=p_0^{''}+p_1^{''}x+p_2^{''}x^2$$

tengliklarni hosil qilamiz, bunda $x^3=-c_1x^2-c_2x-c_3$. Shunday qilib biz

$$\begin{cases} y=p_0+p_1x+p_2x^2 \\ yx=p_0^{'}+p_1^{'}x+p_2^{'}x^2 \\ yx^2=p_0^{''}+p_1^{''}x+p_2^{''}x^2 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasiga egamiz. Bu sistemani

$$\begin{cases} p_0-y+p_1x+p_2x^2=0 \\ p_0^{'}+(p_1^{'}-y)x+p_2^{'}x^2=0 \\ p_0^{''}+p_1^{''}x+(p_2^{''}-y)x^2=0 \end{cases} \qquad (4)$$

ko'rinishda yozamiz.

Endi

$$z_1=1,\ z_2=x,\ z_3=x^2 \qquad (5)$$

deb belgilaymiz. U holda (4) ni

$$\begin{cases} (p_0-y)z_1+p_1z_2+p_2z_3=0 \\ p_0^{'}z_1+(p_1^{'}-y)z_2+p_2^{'}z_3=0 \\ p_0^{''}z_1+p_1^{''}z_2+(p_2^{''}-y)z_3=0 \end{cases}$$

ko'rinishda yozamiz. Buni z_1, z_2, z_3 larga nisbatan bir jinsli tenglamalar sistemasi deb qaraymiz. Uning nol bo'lmagan yechimlari cheksiz ko'p. Bir jinsli tenglamalar sistemasining nol bo'lmagan yechimlaridan biri. $z_1=1$, $z_2=x$, $z_3=x^2$ ekanligi (ya'ni (5) ekanligi) (4) sistemadan ko'rinib turibdi.

Shuning uchun oxirgi sistemada

$$\begin{vmatrix} p_0-y & p_1 & p_2 \\ p_0^{'} & p_1^{'}-y & p_2^{'} \\ p_0^{''} & p_1^{''} & p_2^{''}-y \end{vmatrix}=0 \qquad (6)$$

bo'lganda qaralyotgan sistema nolmas yechimlarga ega bo'ladi.

Endi (6) tenglikdan (determinantini yoyib)

$$y^3+(p_0+p_1'+p_2'')y^2+(p_0p_1'+p_0p_2''+p_1'p_2''-p_2p_0''-p_2'p_1''-p_1p_0')y+p_2p_0''p_1'+$$
$$+p_2'p_1''p_0+p_1p_0'p_2''-p_0p_1'p_2''-p_0''p_2'p_1-p_1''p_0'p_2=0$$

tenglamaga ega bo`lamiz va buni quyidagi ko`rinishda yozsak

$$y^3+d_1y^2+d_2y+d_3=0 \qquad (7)$$

tenglamaga ega bo'lamiz, bunda

d_1, d_2, d_3 (8)

sonlar $p_0, p_1, p_2, p_0', p_1', p_2', p_0'', p_1'', p_2''$ larga bog'liq sonlar . Shu bilan birga o'z navbatida p_0', p_1', p_2' , p_0'', p_1'', p_2'' sonlar p_0, p_1, p_2 sonlar bilan ifoda etiladi va huddi shunday p_0'', p_1'', p_2'' sonlar ham p_0, p_1, p_2 lar orqali ifoda etiladi.

Demak (8) sonlar p_0, p_1, p_2 lar orqali ifodalanadi va

$$\begin{cases} p_0' = -c_3p_2 , \\ p_1' = p_0 - c_2p_2, \\ p_2' = p_1 - c_1p_2, \end{cases} \quad \begin{cases} p_0'' = c_1c_3p_2 - c_3p_1 , \\ p_1'' = c_1c_2p_2 - c_2p_1 - c_3p_2 , \\ p_2'' = c_1^2p_2 - c_1p_1 + p_0 - c_2p_2, \end{cases}$$

ekanligini e`tiborga olamiz. Endi p_0, p_1, p_2 larni

$$\begin{cases} d_1 = 0 \\ d_2 = 0 \end{cases} \qquad (9)$$

shartni qanoatlantiradigan qilib tanlaymiz, ya`ni

$$\begin{cases} d_1 = p_0 + p_1' + p_2'' = 0 \\ d_1 = p_0p_1' + p_0p_2'' + p_1'p_2'' - p_2p_0'' - p_2'p_1'' - p_1p_0' = 0 \end{cases}$$

shartni qanoatlantiradigan qilib tanlaymiz, bunda p_i larning birortasini parametr deb olish kerak.

Natijada (9) ga asosan (**) tenglama

$$y^3 + d_3 = 0 \qquad (10)$$

ko'rinishga keladi. (10) tenglamadan y_1, y_2, y_3 larni topamiz.

Endi

$$y = p_0 + p_1x + p_2x^2 \qquad (11)$$

almashtirishga asosan y_i (i=1,2,3) larni qiymatlarini qo'ysak uchta kvadrat tenglama hosil bo`ladi. Bu erda p_0, p_1, p_2 lar (9) dan aniqlanadi. Oxirgi (11) ni kvadrat tenglama sifatida yechamiz.

U holda: $1) x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, 2) x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, 3) x_1^{(3)}, x_2^{(3)}$ (12)

noma'lumlarni topgan bo'lamiz.

Shunday qilib $x_0=1$, x_1, x_2 yechimlar topilgan bo'ladi, ya'ni (2) tenglamaning yechimlari hosil bo'ladi. Hosil qilingan (12) yechimlardan (1) ni qanoatlantiradiganlarini aniqlaymiz.

XVI asrda L.Ferrari to'rtinchi darajali tenglamaning yechish usulini ko'rsatdi. Yana boshqa usullarini XVIII asrda Eyler, XIX asrda N.I.Lobachevskiy ko'rsatdilar.

Biz ushbu

$$x^4 + c_1x^3 + c_2x^2 + c_3x + c_4 = 0 \qquad (13)$$

tenglamani ko'rib o'tamiz, bunda c_1, c_2, c_3, c_4 haqiqiy sonlar.

Endi

$$y = p_0 + p_1 x + p_2 x^2 + p_3 x^3 \quad (14)$$

Chirengauz almashtirishlardan foydalanib (13) tenglama uchun yordamchi noma'lum y ga nisbatan

$$\begin{vmatrix} p_0 - y & p_1 & p_2 & p_3 \\ q_0 & q_1 - y & q_2 & q_3 \\ s_0 & s_1 & s_2 - y & s_3 \\ t_0 & t_1 & t_2 & t_3 - y \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

tenglamani hosil qilamiz, bunda (14) dagi

$$p_0, p_1, p_2, p_3 \quad (16)$$

sonlar hozircha ixtiyoriy noma'lum bo'lib (15) dagi

$$q_k, s_k, t_k \quad (kq0,1,2,3) \quad (17)$$

sonlarning har birini (16) sonlar va berilgan (13) dagi ma'lum

$$s_1, s_2, s_3, s_4 \quad (18)$$

sonlar orqali ifoda etilgandir.

Yuqoridagi (15) tenglamadan (16) dagilarga ma'lum shartlar qo'yib

$$y^4 + d = 0 \quad (19)$$

tenglamani hosil qilamiz, bunda d son ma`lum shartlar asosida (16) va (18) sonlar orqali aniqlangandir. Ikki hadli (19) tenglamani yechib ular asosida (14) tenglamani yechamiz. Natijada (13) tenglamaning yechimni topgan bo'lamiz. Bizning ko`rsatgan usulimiz [3] dagi usulga yondoshadi.

Eslatma. Yuqoridagi $r_k \quad (kq0,1,2,3)$ sonlarning aniqlanish usuliga ko'ra (13) tenglamaning yechimlari bo'lgan x_i sonlar 4 tadan ortiq bo'lishi mumkin (chet ildizlar paydo bo'lishi mumkin).

Beshinchi darajali tenglama uchun bu usulni tatbiqlab bo'lmaydi, chunki hosil qilinyotgan yordamchi tenglamalarning darajasi besh va undan ortiq bo'ladi. Umuman besh va undan yuqori darajali tenglamalar radikallarda yechib bo'lmasligi hammaga ma'lum.Yuqorida bayon etilgan usul haqida biz [4] ishimizda xabar bergan edik va bu [5] dagi usulga yondoshadi.

References:

1. Xabibullo, U., Rustamjon, X., & Islom, O. (2022). GAMMA FUNKSIYANING FUNKSIONAL XOSSALARI. Yosh Tadqiqotchi Jurnali, 1(3), 74-78.
2. Abdullaaziz, A., & Ravshanovich, N. A. (2020). The indicatrix of the surface in four-dimensional galilean space. Mathematics and Statistics, 8(3), 306-310.
3. Nurbayev, A. R. " Properties of Special Elippsoids Family" European Academic Research.
4. Nurbayev, A. R. Properties of Special Elippsoids Family. European Academic Research, 7.
5. Нурбаев, А. (2021). THEORY OF SURFACES IN FOUR-DIMENSIONAL GALILEAN SPACE. EurasianUnionScientists, 35-39.

6. Собиров, Ж. А., & Нурбаев, А. Р. (2020). FINDING THE SURFACE OF TRIANGLES USING ELEMENTS OF GALILEY GEOMETRY. Журнал Физико-математические науки, 1(3).
7. Нурбаев, А. Р. (2019). ИНДИКАТРИСА ПОВЕРХНОСТЕЙ В ЧЕТЫРЕХМЕРНОМ ГАЛИЛЕЕВОМ ПРОСТРАНСТВЕ. ББК 22.15 С56, 111.
8. НУРБАЕВ, А. Р. ТЕОРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ЧЕТЫРЕХМЕРНОМ ГАЛИЛЕЕВОМ ПРОСТРАНСТВЕ. ЕВРАЗИЙСКИЙ СОЮЗ УЧЕНЫХ. СЕРИЯ: ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ Учредители: ООО" Логика+", (11), 35-39.
9. Gaymnazarov, G., Khudaykulov, R., Nuraliyev, A., & Khidirova, S. (2020). ON THE APPROXIMATION OF PERIODIC FUNCTIONS OF MANY VARIABLES BY SUMS OF MARCINKIEWICZ TYPE.
10. Dosanov, M., Nafasov, G., & Khudoykulov, R. (2023). A NEW INTERPRETATION OF THE PROOF OF BINARY RELATIONS AND REFLECTIONS. International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research, 1(1), 30-42.
11. Eshbayevich, T. D. (2022). ЎҚУВ ЖАРАЁНИДА РАҚАМЛИ ТЕХНОЛОГИЯЛАР ИМКОНИЯТЛАРИДАН ФОЙДАЛАНИШ. Science and innovation, 1(Special Issue 2), 554-560.
12. Nafasov, G., Kalandarov, A., & Xudoyqulov, R. (2023). DEVELOPING STUDENTS'COGNITIVE COMPETENCE THROUGH TEACHING ELEMENTARY MATHEMATICS. Евразийский журнал технологий и инноваций, 1(5 Part 2), 218-224.
13. Nafasov, G., Xudoyqulov, R., & Usmonov, N. (2023). DEVELOPING LOGICAL THINKING SKILLS IN MATHEMATICS TEACHERS THROUGH DIGITAL TECHNOLOGIES. Евразийский журнал технологий и инноваций, 1(5 Part 2), 229-233.
14. Saidov, J. D., Qudratov, A. N., Islikov, S. X., Normatova, M. N., & Monasipova, R. F. (2023). Problems of Competency Approach in Developing Students' Creativity Qualities for.
15. Doniyor oʻgʻli, S. J. (2023). O 'ZBEKISTONDA TA'LIM TIZIMIDA BO 'LAJAK MUTAXASSISLARNING MA'LUMOTLAR BAZASI BO 'YICHA BILIMLARINI SHAKILLANTRISH. BARQARORLIK VA YETAKCHI TADQIQOTLAR ONLAYN ILMIY JURNALI, 3(3), 72-77.
16. Турдибоев, Д., Гаимназаров, О., Эшниязов, А., & Душабоев, О. (2023). ТАЪЛИМ ТИЗИМИДА ИННОВАЦИОН ТЕХНОЛОГИЯЛАРДАН ФОЙДАЛАНИШ ВА УЛАРНИНГ СИФАТИНИ БАҲОЛАШ. Евразийский журнал технологий и инноваций, 1(5 Part 2), 46-52.
17. Gaimnazarov, G., & Gaimnazarov, O. G. (2016). Inequality of Nikolsky and Bernshteins's type classification within ()∞∞-, p H. In Материалы международной научной конференции «Современные проблемы математи-ки и её преподавания» посвященной 20-летию Конституции Республики Таджикистан и 60-летию ученых математиков А. Мухсинова, АБ Назимова, С. Байзаева, Д. Осимовой (p. 15).
18. Gaimnazarov, O. G. (2021). FROM THE EXPERIENCE OF STUDYING GEOMETRY. Интернаука, (12-3), 85-87.