# QISQA MUDDATLI IMMUNITET HOSIL QILADIGAN KASALLIKLARNI SI MODELI ORQALI MODELLASHTIRISH NAZARIYASI

Xoldorova N.A.
nafisaxoldorova@gmail.com
O'qituvchi-assistent, Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
https://doi.org/10.5281/zenodo.11408106

**Abstract.** Ushbu maqolada qisqa muddatli immunitet hosil qiladigan kasalliklar uchun SI modeli matematik modellashtirish masalasi muhokama qilinadi. Aholi ikkita oʻzgaruvchiga boʻlingan, xususan: kasallikka moyil bo`lganlar va kasallikka chaliganlar. Ushbu SI modelida aholiga taʻsir qiluvchi omillar sifatida emlash, aholi sonining tabiiy oʻzgarishi hisobga olinadi. Agar qisqa muddatli immunitet hosil qiladigan kasalliklarni yuqtirish tezligi oshsa, aholining yuqumlilik endemik darajasi oshadi, bu esa kasallik koʻpayishiga olib keladi.

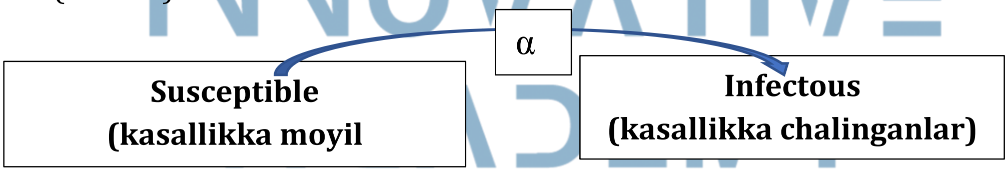
**Kalit soʻzlar**: qisqa muddatli immunitet hosil qiladigan kasalliklar, matematik model, SI modeli

**KIRISH**

Gripp va shamolash kasalliklarining yuqish darajasi juda yuqori. Ammo infeksion davrni dorilar va ma'lum bir choralar yordamida kamaytirish mumkin. Kasallikdan tiklanish odatda tez sodir boʻladi, ba'zi hollarda bemorning yondosh kasalliklari boʻlsa biroz uzoq davom etadi. Gripp uchun immunitet doimiy emas. Gripp virusi juda oʻzgaruvchan, shuning uchun odam immuniteti uni tezda taniy olmaydi. Kasallikdan tiklangan odam grippning boshqa turiga biroz sezgir boʻlib qoladi.

Qisqa muddatli yoki umuman immunitet hosil qilmaydigan kasalliklarni tarqalishini modellashtirishda SI, SIS va SEIS modellaridan foydalaniladi.

SI modeli populyatsiyaning ikki guruhini oʻzaro ta'sirini modellashtirishning umumiy usulini koʻrsatadi (1-rasm).




SI modelini foydalanishda quyidagi asosiy farazlar mavjud:

- Aholi soni *N*- doimiy boʻlib qoladi.
- Populyatsiyaning qiymati juda katta boʻlganligi uchun *1/(N-1)* ni *1/N* bilan yaqinlashtirish orqali qilingan xatolik kichik boʻladi. (Foiz sifatida bu xato *100/N,* shuning uchun, masalan, N=10000 boʻlganda, xato 0,01 foizni tashkil qiladi.)
- Aholi ikki guruhga boʻlinadi:

S(Susceptible)-kasallikka chalinmaganlar, kasallikka moyil boʻlganlar va I(Infectus) - kasallikka chalinganlar.

- Aholining sezgir ya'ni hali kasallanmagan guruhi ma'lum bir vaqtdan soʻng kasallanganlarga guruhiga oʻtadi.
- Modelda aholi bir guruhdan ikkinchi guruhga oʻtadi. Shu oʻtish darajasini α orqali ifodalanadi. Dastlab aholining umumiy soni *N* taqriban *S* ga teng.

Agar aholi orasidan tasodifiy ikkita odamni tanlasak, ulardan biri kasallangan boʻlib, ikkinchisi yuqtirish ehtimoli qanday boʻladi? Kasallikka moyil boʻlganlarni tanlash ehtimoli *S/N,* kasallikka chalinganlar tanlash ehtimolini esa *I/N* ga teng deb olinadi. ((2) faraz bu hodisalarni mustaqil hisoblash imkonini beradi. Agar birinchi tasodifiy tanlov orqali kasallikka moyil inson tanlangan boʻlsa, ikkinchi shaxs kasallangan inson boʻlish ehtimoli *I/(N-1)* ga teng boʻladi, uni *I/N* ga yaqinlashtiriladi[1-4]. Shunda ikki tasodifiy(random) tanlangan odamdan birining S guruhga, ikkinchisining I guruhga boʻlish ehtimoli

$$2\left(\frac{S}{N}\right)\left(\frac{I}{N}\right)=\frac{2}{N^2}SI \qquad (1)$$

ga teng. Bu tenglik *SI* oʻrtasidagi bogʻliqlikni koʻrsatadi. Endi γ oʻzgarmas sonni kiritamiz, u bir vaqt birligida oʻrtacha *SI* orasidagi bogʻliqlik qiymatini ifodalaydi, ya'ni $\frac{2\gamma}{N^2}SI$ ga teng. Bu tenglik *I(t)* ga oʻtish tezligini anglatadi, qulaylik uchun

$$\alpha = 2\gamma c \qquad (2)$$

koʻrinishida yozib olamiz. Shunda *I(t)* quyidagi tenglikka ega boʻladi:

$$\frac{dI}{dt}=\alpha S\frac{I}{N}. \qquad (3)$$

Bizda faqat 2 ta guruh kasallikka moyil odamlar va kasallanganlar, demak har qanday I dagi natija S dagi natijaga teskari boʻlishi kerak. Shunday qilib,

$$\frac{dS}{dt}=-\alpha S\frac{I}{N}. \qquad (4)$$

(3) va (4) tenglamalar differensial tenglamalar sistemasini tashkil qiladi. Koʻpchilik dinamik jarayonlar differensial tenglamalar sistemasi bilan modellashtiradi. Aholi sonini oʻzgarmas deb olingandi, shunga koʻra

$$\frac{dS}{dt}+\frac{dI}{dt}=0 \qquad (5)$$

0 va $t$ oraligʻida integrallanadi

$$S(t)+I(t)=S(0)+I(0). \qquad (6)$$

Dastlabki populyatsiya *N* edi, shuning uchun $S(t)+I(t)=N$.

Shunday qilib SI-modeli umumiy koʻrinishi oddiy differensial tenglamalar sistemasi koʻrinishida yoziladi:

$$\begin{cases}\dfrac{dS}{dt}=-\alpha S\dfrac{I}{N},\\ \dfrac{dI}{dt}=\alpha S\dfrac{I}{N}.\end{cases} \qquad (7)$$

bu yerda α- kasallikni yuqtirish darajasi(koeffitsienti) va 0<$\alpha$<1 oraligʻida.

Boshlangʻich shartlari

$$t=t_{0,}S=S_0,I=I_0 \qquad (8)$$

ga teng.

**Xulosa**

Ushbu maqolada eng keng tarqalgan infeksion kasalliklar dinamikasini ifodalovchi SI modelini tahlil qilish amalga oshirildi. Birinchi bo'lib qisqa muddatli immunitet hosil qiladigan kasalliklarni SI modeli orqali modellashtirish yoritildi. Birinchi modelda emlash hisobga olinmagan. Matematik modellashtirishning ahamiyati nafaqat kasallik dinamikasini bilishga, balki shu asosida zarur choralar ko'rilganda qanday natijalar olish mumkinligidadir. SI modeli asosan mavsumiy kasalliklarini tarqalish dinamikasini ifodalaydi. SI matematik modeli yordamida eng keng tarqalgan mavsumiy kasalliklardan shamollash va gripp kasalliklarining tarqalishi modellashtirilgan.

## References:

1. Sutton, Kacie M. (2014) "Discretizing the SI Epidemic Model," Rose-Hulman Undergraduate Mathematics Journal: Vol. 15: Iss. 1, Article 12.
2. Murray, J.D., Mathematical Biology, Springer-Verlag, New York 1993.
3. Emilia Vynnycky and Richard G. White. An Introduction to Infectious Disease Modelling. Oxford University Press, 2010.
4. Muhammad Rafiq va boshqalar: Numerical modeling of infectious diseases dynamics. Department of Mathematics University of Engineering and Technology Lahore-Pakistan 2017.