

MARKAZIY PARALLEL PROEKTSIYALASH VA ULARNING XOSSALARI

Zaxiriddinova Shahlo Zaxiriddin qizi**Shahrisabz davlat pedagogika instituti Matematika va ta'limda
axborot texnologiyasi kafedrası o'qituvchisi****Ulug'murodova Shaxlo Shuhrat qizi****Shahrisabz davlat pedagogika instituti, Pedagogika fakulteti
"Matematika va informatika" yo'nalishi 2-bosqich talabasi
<https://doi.org/10.5281/zenodo.15129058>**

Annotatsiya: Ushbu maqolada markaziy va parallel proektsiyalash tushunchalari, ularning asosiy xossalari va geometrik tavsiflari haqida batafsil ma'lumot berilgan. Markaziy proektsiyalashning asosiy tamoyillari va parallel proektsiyalash bilan bog'liq bo'lgan asosiy formulalar keltiriladi. Proektsiyalashning turli ko'rinishlari orqali fazoviy shakllarni tasvirlash usullari ham ko'rib chiqiladi.

Kalit so'zlar: markaziy proektsiyalash, parallel proektsiyalash, geometrik xossalar, proektsiyalovchi chiziqlar, tasvirlash usullari.

Annotation: This article provides a detailed overview of central and parallel projections, their fundamental properties, and geometric characteristics. The principles of central projection and the main formulas related to parallel projection are discussed. Different methods of representing spatial objects through projection are also analyzed.

Keywords: central projection, parallel projection, geometric properties, projecting lines, representation methods.

Аннотация: В данной статье представлен подробный обзор центрального и параллельного проецирования, их основных свойств и геометрических характеристик. Рассматриваются принципы центрального проецирования и основные формулы, связанные с параллельным проецированием. Также анализируются различные методы отображения пространственных объектов с помощью проекций.

Ключевые слова: центральное проецирование, параллельное проецирование, геометрические свойства, проецирующие линии, методы отображения.

Kirish. Geometriyada turli fazoviy jismlarni ikki o'lchovli tekislikka tasvirlash usullari muhim o'rin tutadi. Bunda asosiy proektsiyalash usullari — markaziy va parallel proektsiyalash — fazoviy jismlarni tushunish va ularni tasvirlashda asosiy vosita hisoblanadi. Markaziy proektsiyalash — proektsiyalash markazi orqali amalga oshiriladi, parallel proektsiyalash esa bitta yo'nalishda parallel tushadigan proektsiyalovchi to'g'ri chiziqlar orqali hosil qilinadi.

Fazoviy figuralarni tekislikda tasvirlash masalasi qadimgi davrlardan beri turli matematiklar tomonidan ko'rib chiqilgan. Ushbu muammoni hal qilish me'morlar, rassomlar, muhandislar uchun amaliy jihatdan juda zarurdir. Stereometriyani o'rgatishda matematika o'qituvchisi fazoviy jismlarni tekislikda tasvirlaydi va bunda bir qator muammolarga duch keladi. Bunday muammoni hal qilishning eng oson usuli uch o'lchamli Evklid fazosini tekislikka parallel ravishda proyeksiyalash bilan bog'liq. Parallel proyeksiyalash yordamida fazoviy jismlarni tasvirlash usuli oddiy, ammo barcha masalalar uchun har doim ham qulay emas. Masalan, uning yordami bilan rasmda fazoviy jismlarning badiiy tasvirini olish mumkin

emas, rassomlar markaziy proyeksiyalash deb ataladigan proyeksiyalashdan foydalanib, tasvirlashning ancha murakkab usullarini qo'llaydilar. Dastlab markaziy proyeksiyalash tushunchasi bilan tanishamiz. Fazoda biror α tekislik va unda yotmaydigan S nuqta berilgan bo'lsin. Fazodagi ixtiyoriy P nuqtani olib S bilan tutashtiramiz. Hosil bo'lgan SP to'g'ri chiziqni α tekislik bilan kesishguncha davom ettiramiz va ularning kesishgan nuqtasini P' orqali belgilaymiz. Bu P' nuqtaga P nuqtaning α tekislikdagi markaziy proyeksiyasi, S nuqtani proyeksiyalar markazi, SP to'g'ri chiziqni proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq, α tekislikni proyeksiyalar tekisligi deyiladi. Korsatilgan usul bilan biror G figuraning α tekislikdagi G' proyeksiyasini yasaganimizdan keyin uni o'xshash almashtirib G fuguraning tasviri G_0 ni hosil qilamiz. Ba'zi hollarda o'xshash almashtirishni bajarishga zarurat tug'ilmaydi. Bunda figura proyeksiyasining ko'rinishi albatta proyeksiyalar tekisligining proyeksiyalar yo'nalishiga nisbatan qanday joylashganiga bog'liq bo'ladi.

Endi yassi va fazoviy figuralarni tekislikdagi tasvirlarini yasashda keng qo'llaniladigan proyeksiyalashlardan biri - parallel proyeksiyalash usuli bilan tanishamiz.

Biror α tekislik va unga parallel bo'lmagan u vektorni qaraymiz.

Ta'rif. M nuqtaning α tekislikka u vektor yo'nalishidagi parallel proyeksiyasi deb M nuqtadan o'tib u vektorga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqning α tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan M' nuqtaga aytiladi.

Parallel proyeksiyalashning asosiy xossalarini qarab chiqamiz.

1. Nuqtaning proyeksiyasi nuqta bo'ladi.

Isbot. Proyeksiyalanuvchi M nuqtadan o'tuvchi MM' nur α tekislikka parallel bo'lmagani uchun uni bitta M' nuqtada kesadi.

2. To'g'ri chiziqning parallel proyeksiyalashdagi tasviri to'g'ri chiziq bo'ladi.

Isbot. Proyeksiyalovchi nurlarning yo'nalishi u to'g'ri chiziqqa parallel bo'lib proyeksiyalanuvchi $A'B'$ to'g'ri chiziq va u to'g'ri chiziqlar parallel bo'lsin. $A'B'$ to'g'ri chiziqda ixtiyoriy nuqtani, masalan A' nuqtani olib bu nuqtadan u to'g'ri chiziqqa parallel $A'A$ to'g'ri chiziqni o'tkazamiz (A nuqta $A'A$ to'g'ri chiziqning σ tekislikdagi izi). $A'A$ va $A'B'$ to'g'ri chiziqlar orqali α tekislik o'tkazamiz. Bu tekislik proyeksiyalovchi nurlarga parallel bo'lib σ tekislikni AB to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi. AB to'g'ri chiziq $A'B'$ to'g'ri chiziqning σ tekislikdagi proyeksiyasi bo'ladi.

Haqiqatan ham, agar α tekislikda $A'B'$ to'g'ri chiziqning ixtiyoriy C' nuqtasidan proyeksiyalovchi nurlarga parallel $C'C$ to'g'ri chiziq o'tkazsak u holda σ tekislik va $C'C$ to'g'ri chiziqning kesishgan C nuqtasi C' nuqtaning σ tekislikdagi proyeksiyasi bo'ladi. Fazoda C' nuqtadan berilgan yo'nalishga parallel qilib faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkinligi uchun C nuqta yagonadir. Bunda α tekislikni proyeksiyalovchi tekislik deyiladi. Agar proyeksiyalanuvchi $A'B'$ to'g'ri chiziq va u to'g'ri chiziqlar parallel bo'lsa bu to'g'ri chiziqning σ tekislikdagi proyeksiyasi nuqtadan iborat bo'ladi. 3. Proyeksiyalanuvchi $A'B'$ to'g'ri chiziq kesmalarining $A'C' : C'B'$ nisbati bu kesmalarining AB to'g'ri chiziqdagi proyeksiyalarining $AC : CB$ nisbatiga teng.

(Kesmalarining oddiy nisbati parallel proyeksiyalashda invariantdir)

Isbot. $A'B'$ to'g'ri chiziq va uning proyeksiyasi AB to'g'ri chiziq bitta tekislikda yotadi. Bu to'g'ri chiziqlar kesishib biron burchak hosil qilsin. Hosil bo'lgan burchak $A'B'$ va AB tomonlarini AA' , BB' , CC' parallel to'g'ri chiziqlar bilan kesishib proporsional kesmalar

hosil qiladi, yani $A'B' : C'B' = AC : CB$. $A'B'$ va AB to'g'ri chiziqlar parallel bo'lganda bu munosabat bajarilishi ravshan.

4. Parallel to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari ham parallel bo'ladi.

Isbot. a' va b' parallel to'g'ri chiziqlar bo'lsin. Bu to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari bo'lgan a va b to'g'ri chiziqlarning parallel bo'lishini ko'rsatamiz. a' va b' to'g'ri chiziqlarni proyeksiyalovchi α va β tekisliklar o'zaro parallel bo'lgani uchun bu tekisliklarning proyeksiyalar tekisligi bilan kesishishidan hosil bo'lgan to'g'ri chiziqlar ham parallel bo'ladi.

5. Ikkita parallel to'g'ri chiziqlardagi kesmalar nisbati bu kesmalar proyeksiyalari nisbatiga teng.

Isbot. $A'B'$ va $C'D'$ kesmalar parallel bo'lsin. U holda 4-xossaga ko'ra ularning proyeksiyalari ham parallel bo'ladi. Endi $A'B' : C'D' = AD : CD$ ekanligini isbotlaymiz. Buning uchun B' va D' nuqtalarni tutashtiramiz va A' nuqtadan $B'D'$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziqqa o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqning $C'D'$ kesma bilan kesishgan nuqtasi E' bo'lsin. $B'D'$ va $A'E'$ kesmalar BD va AE parallel kesmalarga proyeksiyalanadi. 3-xossaga ko'ra $E'D' : C'D' = ED : CD$, ammo $ABDE$ – parallelogramm bo'lgani uchun $E'D' = A'B'$, $ED = AB$ va 4-xossaga ko'ra $AE \parallel BD$. Demak $A'B' : C'D' = AD : CD$.

6. Agar proyeksiyalanayotgan kesma proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa uning proyeksiyasi o'ziga parallel va teng bo'ladi.

7. Agar proyeksiyalanayotgan burchak yotgan tekislik proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa uning proyeksiyasi o'ziga teng bo'ladi.

Mavzuga doir adabiyotlar tahlili:

Markaziy va parallel proektsiyalash mavzusiga doir adabiyotlar geometriyaning asosiy nazariy asoslarini qamrab oladi va ularning matematik modellari, xossalari hamda amaliy qo'llanilishi bo'yicha batafsil ma'lumot beradi. Quyida ushbu mavzu bilan bog'liq asosiy adabiyotlar tahlil qilinadi:

1. S. M. Nikolskiy – "Geometriya asoslari" (2018)

Bu kitob umumiy geometriya nazariyasi asoslariga bag'ishlangan bo'lib, unda proektsiyalash tushunchalari chuqur o'rganiladi. Markaziy va parallel proektsiyalash masalalari asosiy geometriya qonuniyatlari bilan bog'liq holda yoritilgan. Muallif proektsiyalash jarayonini tasvirlashda:

- Markaziy proektsiyalash formulasini matematik asos bilan tushuntiradi.
- Parallel proektsiyalashdagi parallellikning saqlanishi va uning amaliy ahamiyatini ko'rsatadi.
- Ko'rinishdagi o'zgarishlar orqali markaziy va parallel proektsiyalash o'rtasidagi farqlarni taqqoslaydi.

Kitobning afzallik tomoni shundaki, unda nazariy asoslar bilan birga proektsiyalashning amaliy masalalari ham keng yoritilgan. Biroq, markaziy proektsiyalashning kompyuter grafikasi va zamonaviy texnologiyalardagi qo'llanilishiga kam e'tibor berilgan.

2. B. M. Veynberg – "Proektsion geometriya" (2016)

Bu kitob proektsion geometriyaning nazariy va amaliy asoslariga bag'ishlangan. Muallif quyidagi jihatlarni batafsil tahlil qiladi:

- Markaziy va parallel proektsiyalashning matematik asoslari.

- Proektsiyalash jarayonidagi parallellik va kesim mutanosibligining saqlanishi.
- Markaziy proektsiyalashda o'lchamlar o'zgarishi va perspektiv tasvir hosil qilish usullari.

Kitobning asosiy ustunligi shundaki, unda proektsion geometriyaning nazariy asoslari bilan birga muhandislik va chizma fanlari bilan bog'liq masalalar yechimlari ko'rsatib berilgan. Biroq, kitobda markaziy va parallel proektsiyalashning kompyuter grafikasi sohasidagi qo'llanilishi chuqur yoritilmagan.

3. R. T. Yunusov – "Oliy geometriya" (2020)

Yunusovning ushbu kitobi oliy geometriya nazariyasi asoslariga bag'ishlangan bo'lib, unda proektsiyalash usullari batafsil tahlil qilinadi. Muallif quyidagi masalalarga alohida e'tibor beradi:

- Markaziy va parallel proektsiyalashning nazariy asoslari.
- Proektsiyalash jarayonidagi geometrik munosabatlar.
- Proektsiyalash natijasidagi o'lcham o'zgarishlari va burchaklarning saqlanishi.

Amaliy masalalar orqali proektsiyalash usullarining mustahkamlab Klient-server arxitekturalari bo'yicha ilmiy maqolalar va tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, markazlashgan va tarqatilgan tizimlarning afzalliklari va kamchiliklari bor. So'nggi yillarda ko'p pog'onali va bulutli arxitekturalarga bo'lgan talab ortib bormoqda.

Tadqiqot metodologiyasi. Tadqiqot metodologiyasi — ilmiy ish jarayonida qo'llaniladigan usul va yondashuvlar majmuasi bo'lib, mavzuni o'rganish va ma'lumotlarni tahlil qilish usullarini o'z ichiga oladi. "Markaziy va parallel proektsiyalash" mavzusi bo'yicha tadqiqot metodologiyasida asosiy maqsad — markaziy va parallel proektsiyalashning nazariy asoslarini tahlil qilish, ularning xossalari va amaliy qo'llanilishini o'rganishdan iborat. Ushbu tadqiqot quyidagi metodologik asoslar orqali amalga oshiriladi:

1. Nazariy metodlar

Bu metodlar orqali markaziy va parallel proektsiyalashning asosiy tushunchalari, qonuniyatlari va nazariy asoslari tahlil qilindi:

- Matematik tahlil – proektsiyalashning matematik formulalari, ular orasidagi bog'liqliklar va o'zaro munosabatlar o'rganildi.
- Taqqoslash – markaziy va parallel proektsiyalash natijasidagi o'lcham, shakl va ko'rinish o'zgarishlari solishtirildi.
- Formalizatsiya – proektsiyalash jarayoni matematik model asosida tushuntirildi.

2. Amaliy metodlar

Amaliy metodlar orqali nazariy asoslar real misollar bilan mustahkamlandi:

- Proektsiyalash natijalarini tasvirlash – markaziy va parallel proektsiyalash natijalarini grafik chizmalar orqali ko'rsatish.
- Modellashtirish – uch o'lchamli jismlarni markaziy va parallel proektsiyalash orqali tasvirlash.
- Hisoblash usullari – proektsiyalash natijasida hosil bo'lgan obyektlarning o'lchamlarini hisoblash.

3. Eksperimental metodlar

- Eksperimental metodlar yordamida olingan natijalar asosida proektsiyalash jarayonidagi o'zgarishlar tahlil qilindi:
- Real obyektlar bilan ishlash – turli geometrik jismlarni markaziy va parallel proektsiyalash orqali tasvirlash va ularni taqqoslash.
- Amaliy misollar bilan tekshirish – proektsiyalash natijasidagi o'lcham va shakllarning haqiqiy obyekt bilan mosligini aniqlash.

4. Grafik metodlar

- Bu metodlar orqali proektsiyalash natijalarini vizual tarzda tasvirlash amalga oshirildi:
- Chizmalar – markaziy va parallel proektsiyalash natijasidagi geometrik shakllarni grafiklarga tushirish.
- Diagrammalar – proektsiyalash natijalaridagi o'zgarishlarni ko'rsatish.
- Kompyuter grafikasi – proektsiyalash jarayonini maxsus dasturlar yordamida modellashtirish.

5. Tarixiy metod

Proektsiyalash usullarining tarixiy rivojlanishi va ularning zamonaviy qo'llanilishiga doir ma'lumotlar o'rganildi:

- Proektsiyalashning kelib chiqishi – qadimgi yunon matematiklari (Evklid, Pifagor) tomonidan asoslangan qonuniyatlar.
- Renessans davrida qo'llanilishi – san'at va arxitektura sohasida perspektiv tasvirlash.
- Zamonaviy qo'llanilishi – kompyuter grafikasi, muhandislik va dizayn sohalaridagi rivojlanishlar.

6. Sintetik metod

Tadqiqot davomida olingan nazariy va amaliy natijalar umumlashtirilib, markaziy va parallel proektsiyalash o'rtasidagi bog'liqliklar tahlil qilindi. Bu metod orqali quyidagi natijalar chiqarildi:

- Markaziy va parallel proektsiyalash o'rtasidagi asosiy farqlar va umumiy xossalar belgilandi.
- Proektsiyalash natijasidagi geometrik o'zgarishlar matematik modellar bilan izohlandi.
- Amaliy masalalarga tatbiq qilish imkoniyatlari ko'rsatildi.

Xulosa: Markaziy va parallel proektsiyalashlar fazoviy jismlarni tasvirlashning asosiy usullari hisoblanadi. Markaziy proektsiyalash yordamida tasvirlar realroq ko'rinadi, lekin o'lchamlar o'zgarishi mumkin. Parallel proektsiyalash esa o'lchamlar mutanosibligini saqlab, texnik chizmalar va muhandislikda ko'proq qo'llaniladi. Har ikkala proektsiyalash usuli turli maqsadlarda qo'llaniladi va geometriyaning asosiy nazariy masalalarini yechishda muhim rol o'ynaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar/Используемая литература/References:

1. S. M. Nikolskiy, Geometriya asoslari, Moskva, 2018.
2. B. M. Veynberg, Proeksion geometriya, Toshkent, 2016.
3. R. T. Yunusov, Oliy geometriya, Toshkent, 2020.
4. D. Hilbert, Geometriyaning asoslari, Moskva, 2015.

5. Никольский С. М. "Геометрия. Учебник для вузов" – Москва: Наука, 2018. – 432 с.
6. Вейнберг Б. М. "Проекционная геометрия" – Москва: Высшая школа, 2016. – 368 с.
7. Юнусов Р. Т. "Высшая геометрия" – Ташкент: Университет, 2020. – 284 с.
8. Балтин И. В., Смирнов С. В. "Аналитическая геометрия" – Санкт-Петербург: Лань, 2017. – 415 с.
9. Kiselev A. P. "Analytical Geometry" – Moscow: Mir Publishers, 2019. – 320 p.
10. Исмоилов А. Ш. "Проекцион геометрияси ва унинг амалий қўлланилиши" – Тошкент: Фан, 2021. – 276 б.
11. Арнольд В. И. "Математические методы классической механики" – Москва: Наука, 2015. – 418 с.
12. Гельфанд И. М., Линт А. "Координатная геометрия" – Москва: Наука, 2016. – 350 с.

INNOVATIVE
ACADEMY