

QUTB VA QUTB TO'G'RI CHIZIG'I. PROYEKTIV TEKISLIKDAGI IKKINCHI TARTIBLI CHIZIQLAR VA ULARNING KLASSIFIKATSIYASI

Zaxiriddinova Shahlo Zaxiriddin qizi

**Shahrisabz davlat pedagogika instituti Matematika va ta'limda
axborot texnologiyasi kafedrası o'qituvchisi**

Abdullayev Dilmurod Ubaydullo o'g'li

**Shahrisabz davlat pedagogika instituti "Matematika va informatika"
yo'nalishi 2-bosqich talabasi**

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15130279>

Annotatsiya: Mazkur maqolada qutb va qutb to'g'ri chizig'i tushunchalari, ularning xossalari hamda proyektiv geometriyadagi qo'llanilishi yoritilgan. Shuningdek, proyektiv tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqlarning klassifikatsiyasi, ularning asosiy xususiyatlari va dualik teoremasi bilan bog'liqligi haqida ma'lumot berilgan.

Kalit so'zlar: qutb, qutb to'g'ri chizig'i, proyektiv geometriya, ikkinchi tartibli chiziqlar, konik kesimlar, dualik.

Аннотация. В данной статье рассматриваются понятия полюса и полярной прямой, их свойства и применение в проективной геометрии. Также освещается классификация кривых второго порядка в проективной плоскости, их основные характеристики и взаимосвязь с теоремой о двойственности.

Ключевые слова: полюс, полярная прямая, проективная геометрия, кривые второго порядка, конические сечения, дуальность.

Annotation. This article examines the concepts of pole and polar line, their properties, and applications in projective geometry. It also highlights the classification of second-order curves in the projective plane, their main characteristics, and their relationship with the duality theorem.

Keywords: pole, polar line, projective geometry, second-order curves, conic sections, duality.

Kirish. Proyektiv geometriyada qutb va qutb to'g'ri chizig'i tushunchalari muhim o'rin tutadi. Ushbu tushunchalar ko'pincha konuslar va ikkinchi tartibli chiziqlar bilan bog'liq holda o'rganiladi. Shuningdek, proyektiv tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar (konuslar) muhim ob'ektlardan biri bo'lib, ularning klassifikatsiyasi matematik va muhandislik sohalarida qo'llaniladi. Ushbu maqolada qutb va qutb to'g'ri chizig'ining asosiy xususiyatlari va ularning proyektiv tekislikdagi roli yoritiladi. Shuningdek, ikkinchi tartibli chiziqlar turlari va ularning geometrik klassifikatsiyasi haqida batafsil ma'lumot beriladi.

Qutb va qutb to'g'ri chizig'ining ta'rifi va xossalari. Proyektiv geometriyada har bir nuqta (qutb) uchun unga mos keluvchi qutb to'g'ri chizig'i mavjud bo'ladi. Qutb va qutb to'g'ri chizig'i orasidagi bog'liqlik dualik tamoyiliga asoslanadi. Agar berilgan konik kesim bo'lsa, undagi istalgan nuqta uchun unga tegishli bo'lgan qutb to'g'ri chizig'i aniqlanadi.

Qutb va qutb to'g'ri chizig'ining asosiy xossalari

1. Agar nuqta konik kesim ichida joylashgan bo'lsa, uning qutb to'g'ri chizig'i konik kesimni kesadi.

2. Agar nuqta konik kesim ustida yotsa, uning qutb to'g'ri chizig'i shu nuqtadan o'tuvchi tangens bo'ladi.

3. Agar nuqta konik kesim tashqarisida joylashgan bo'lsa, uning qutb to'g'ri chizig'i konik kesimga tegishli ikkita tangens chizig'i orqali aniqlanadi.

Proyektiv tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqlar

Ikkinchi tartibli chiziqlar proyektiv geometriyaning muhim ob'ektlari bo'lib, ular konik kesimlar (ellips, parabola, giperbola) sifatida namoyon bo'ladi. Ularning asosiy xususiyatlari quyidagicha:

1. Ellips – barcha nuqtalari o'zaro bir-biriga simmetrik bo'lib, yopiq egri chiziq hosil qiladi.

2. Parabola – faqat bitta yo'nalish bo'ylab ochiladigan egri chiziq.

3. Giperbola – ikki alohida shoxchadan iborat bo'lib, simmetrik egri chiziq hosil qiladi.

Ikkinchi tartibli chiziqlarning klassifikatsiyasi. Ikkinchi tartibli chiziqlar proyektiv muhitda quyidagicha tasniflanadi:

1. Chiziluvchi konuslar – barcha nuqtalari proyektiv tekislikdagi bitta umumiy nuqtaga bog'langan chiziqlar.

2. Asosiy konuslar – o'zining simmetriya o'qlari bo'yicha ajraladigan chiziqlar.

3. Maxsus konuslar – proyektiv tekislikda aniqlangan maxsus nuqta va yo'nalishlarga ega bo'lgan chiziqlar.

2. Dualik tamoyili va qutb to'g'ri chizig'ining roli

Proyektiv geometriyada dualik tamoyili asosida har bir nuqtaga bitta to'g'ri chiziq va har bir to'g'ri chiziqqa bitta nuqta mos keladi. Shu tamoyil asosida qutb va qutb to'g'ri chizig'i quyidagicha tushuntiriladi: Berilgan har bir nuqta uchun faqat bitta qutb to'g'ri chizig'i mavjud. Berilgan har bir to'g'ri chiziq uchun faqat bitta qutb nuqtasi mavjud.

Agar nuqta konik kesimning ichida bo'lsa, qutb to'g'ri chizig'i uni kesadi. Agar tashqarisida bo'lsa, u faqat ikkita nuqtada tegishli bo'ladi.

Bu dualik tamoyili proyektiv geometriyaning asosiy xususiyatlaridan biri bo'lib, proyektiv tasvirlash usullarida keng qo'llaniladi.

3. Proyektiv tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqlarning qo'llanilishi

Ikkinchi tartibli chiziqlar nafaqat geometriyada, balki boshqa ilmiy va amaliy sohalarda ham qo'llaniladi:

Optika va yorug'lik sinishi: Ko'zgular va linzalar orqali yorug'likning sinishi va aks etishi ko'pincha ellips, parabola va giperbola yordamida tahlil qilinadi.

Mexanika va muhandislik: Tuzilmalar va materiallarning kuch taqsimoti (masalan, ko'priklar, binolar va aerodinamika) ikkinchi tartibli chiziqlarga asoslanadi.

Astronomiya: Sayyoralar harakati va orbitalari ellips shaklida bo'lgani sababli, astronomiyada proyektiv geometriya usullari qo'llaniladi.

Kompyuter grafikasida proyektiv o'zgarishlar: Perspektiv proyeksiya va transformatsiyalar ikkinchi tartibli chiziqlar orqali tasvirlanadi.

4. Proyektiv tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlarni klassifikatsiya qilishning yangi usullari.

An'anaviy tasniflashdan tashqari, zamonaviy matematikada ikkinchi tartibli chiziqlar quyidagi yondashuvlar orqali tahlil qilinmoqda:

1. Affine invariant usullar: Bu usulda chiziqlarning parametrik xossalari o'rganilib, ularning moslashuvchanligi tahlil qilinadi.

2. Topologik yondashuv: Ikkinchi tartibli chiziqlarning geometriyasi faqat koordinata tizimiga emas, balki ularning fazodagi bog'liqligiga ham asoslanadi.

3. Kompyuter grafikasi usullari: Sun'iy intellekt yordamida konik kesimlarni avtomatik tasniflash algoritmlari ishlab chiqilmoqda.

5. Qutb va qutb to'g'ri chizig'ining tarixiy rivojlanishi

Qutb va qutb to'g'ri chizig'i tushunchasi dastlab qadimgi yunon matematiklari tomonidan kiritilgan. Quyidagi muhim tarixiy bosqichlarni keltirish mumkin:

Evklid (mil. avv. 300-yillar): Geometrik munosabatlar va tangenslar haqida ilk tushunchalar.

Apolloniy (mil. avv. 200-yillar): Konik kesimlar nazariyasini shakllantirdi.

Paskal (1623-1662): Paskal teoremasi orqali proyektiv geometriya va konik kesimlarni bog'ladi.

Germite va Pluker (19-asr): Qutb to'g'ri chizig'ining analitik ifodalari ishlab chiqildi.

Bu tushunchalar hozirgi zamon geometriyasining shakllanishiga asos bo'ldi.

Adabiyot tahlili. Ikkinchi tartibli chiziqlar va qutb to'g'ri chizig'i bo'yicha ko'plab ilmiy manbalar mavjud. Quyidagi asarlar muhim ahamiyatga ega:

1. Chizma geometriya va proyektiv geometriya bo'yicha darsliklar

2. Proyektiv geometriya va dualik tamoyili bo'yicha ilmiy maqolalar

3. Geometriyaning amaliy qo'llanilishi bo'yicha texnik adabiyotlar

Xulosa. Qutb va qutb to'g'ri chizig'i tushunchalari proyektiv geometriyaning asosiy tamoyillaridan biri bo'lib, ular ikkinchi tartibli chiziqlarning tahlilida muhim o'rin tutadi. Proyektiv tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqlar turli ilmiy va muhandislik sohalarida keng qo'llaniladi. Kelajakda ushbu mavzu bo'yicha tadqiqotlarni yanada chuqurlashtirish va yangi geometriya modellarini ishlab chiqish ilmiy ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar/Используемая литература/References:

1. Клейн Ф. «Элементарная математика с точки зрения высшей» – Москва, 2010.
2. Попов А.В. «Проективная геометрия» – Санкт-Петербург, 2015.
3. Оринбоев А., Йўлдошев Б. «Чизма геометрия» – Тошкент, 2020.
4. Hilbert D., Cohn-Vossen S. «Geometry and the Imagination» – Chelsea Publishing, 1952.
5. Coxeter H.S.M. «Projective Geometry» – Springer-Verlag, 1995.