

TOPOLOGIK FAZO VA UNI KIRITISHGA DOIR MISOLLAR. OCHIQ VA YOPIQ TO'PLAMLAR

Zahiriddinova Shahlo Zahiriddin qizi

Matematika va ta'limda axborot texnologiyasi kafedrası o'qituvchisi. Ilmiy rahbar

Bozarova Gulira'no Sadridin qizi

**Shahrisabz Davlat pedagogika instituti matematika va
informatika yo'nalishi 2- bosqich talabasi**

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15130480>

Annotatsiya: Ushbu maqola topologiya va geometriya sohalari o'rtasidagi o'zaro aloqalarni tahlil qiladi. Topologiya fazolarini o'rganish, to'plamlar orasidagi munosabatlarni aniqlash va ularning ochiq yoki yopiq bo'lishi kabi xususiyatlarni tahlil etadi. Geometriya esa, asosan, o'lchovlar, masofalar va burchaklar bilan bog'liq bo'lib, fazolarni o'lchash va shaklini aniqlashga qaratilgan. Maqolada bu ikki sohaning bir-birini to'ldiruvchi xususiyatlari, shuningdek, topologik va geometrik embedding tushunchalari orqali ularning o'zaro aloqalari ko'rib chiqiladi.

Shuningdek, topologiya va geometriya o'rtasidagi farqlar va o'xshashliklar, masalan, ochiq va yopiq to'plamlarning geometrik ob'ektlar bilan aloqasi, va har bir sohaning o'ziga xos ahamiyati keltiriladi. Maqola, matematikada bu ikki soha o'rtasidagi bog'lanishni tushunishga qiziqqanlar uchun muhim ilmiy asos yaratadi.

Kirish: Topologiya va geometriya matematikada bir-biriga yaqin, ammo o'ziga xos va mustaqil sohalardir. Geometriya fazolar, masofalar, burchaklar va o'lchovlar bilan bog'liq bo'lib, ob'ektlarning shaklini va ulardagi munosabatlarni o'rganadi. Topologiya esa, asosan, fazolar va ularning o'zaro munosabatlarini, to'plamlar orasidagi uzluksiz o'zgarishlarni tahlil qiladi. Geometriya nuqtai nazaridan, fazolar o'lchovlar va shakllar orqali tavsiflanadi, topologiya esa bu shakllarning "yuzasini" o'rganib, faqatgina to'plamlarning ichki tuzilmasini, chegaralarini va ularning o'zgarishini hisobga oladi.

Topologiya va geometriya o'rtasidagi aloqalar ko'plab matematik muammolarni hal qilishda muhim ahamiyatga ega. Ularning o'zaro bog'lanishi, masalan, topologik fazolarni geometriya nuqtai nazaridan o'rganish yoki geometrik ob'ektlarni topologik nuqtai nazaridan tahlil qilishda namoyon bo'ladi. Ushbu maqolada, topologiya va geometriya o'rtasidagi aloqalar, ularning o'xshashliklari va farqlari, shuningdek, bu sohalarning bir-birini to'ldiruvchi xususiyatlari haqida batafsil tahlil qilinadi.

Maqolada keltirilgan muhokamalar, matematikada ushbu sohalarning o'zaro bog'lanishini chuqurroq tushunishga, shuningdek, yangi yondashuvlar va metodlarni qo'llashga imkon yaratadi.

Asosiy qism:

1. Topologiya va Geometriya: Ta'riflar va Asosiy Tushunchalar

Topologiya va geometriya ikki mustaqil, ammo bir-biri bilan chambarchas bog'liq bo'lgan matematik sohalardir. Ularning asosiy farqi, geometriya fazolarni o'lchovlar va masofalar yordamida tavsiflaydi, topologiya esa fazoning "yuzasini" va tuzilishini o'rganadi, masalan, biror ob'ektning shakli va o'lchovlarini hisobga olmasdan.

Topologiya — bu matematikada to'plamlar va ularning strukturalarini o'rganadigan soha. Topologiya asosiy maqsadi — fazo va uning tuzilishini o'rganishdir. Topologik fazo (X, T) shaklida aniqlanadi, bu yerda

X — to'plam (fazo),

T — bu to'plamning ochiq to'plamlar to'plami (topologiya). Topologik fazo nima ekanligini tushunish uchun, uning ichida ochiq to'plamlar tushunchasini bilish kerak. Ochiq to'plamlar to'plamlar orasida nuqtaning "yaqinligi"ni va to'plamlarning bir-biriga bo'lgan uzluksizligini ko'rsatadi.

Geometriya esa fazolarni shakllar, uzunliklar, burchaklar, masofalar orqali o'rganadi. Geometriyada fazo masofa va o'lchovlar bilan tasvirlanadi va ob'ektlarning shaklini, xususiyatlarini tahlil qilishda matematik vositalar sifatida ishlatiladi. Geometriya asosan Euclid geometriyasi yoki differensial geometriya kabi tarmoqlarga bo'linadi, ular fazolarning shakllarini va ularning xususiyatlarini o'rganadi.

2. Ochiq va Yopiq To'plamlar

Ochiq to'plamlar topologiya asosiy tushunchalaridan biridir. Agar X topologik fazoda $A \subseteq X$ bo'lsa, A ochiq to'plam bo'lishi uchun har bir nuqtaning atrofida (kichik doira shaklida) yana A ga tegishli nuqtalar mavjud bo'lishi kerak. Geometriyada ochiq to'plamlar, masalan, doiralar yoki yuzalar kabi geometrik ob'ektlarning "ichki" qismlarini tashkil etadi, lekin ular chegaralarini o'z ichiga olmaydi. Evklid tekisligidagi biror ochiq doira $D_r(a)$

(a) — bu markaz

a va radius

r bo'lgan doira bo'lib, uning chegarasi kiritilmagan.

Yopiq to'plamlar — bu ochiq to'plamlarning komplementlari, ya'ni ular o'z ichiga barcha chegaraviy nuqtalarni oladi. Yopiq to'plamlarning xususiyati shundaki, ular har qanday limit nuqtasini o'z ichiga oladi. Geometriyada yopiq to'plamlar, masalan, yopiq doirani yoki sferani ifodalaydi. Yopiq to'plamlar geometrik ob'ektlarning chegaralarini o'z ichiga oladi va ular tashqi nuqtalar bilan bog'lanmaydi.

Topologiya va geometriyada ochiq va yopiq to'plamlar tushunchalari fazoning ichki va tashqi qismlarini ajratib beradi. Ochiq to'plamlar geometrik ob'ektlarning o'zidan tashqaridagi qismlari (masalan, ochiq doira), yopiq to'plamlar esa chegaraviy nuqtalarni o'z ichiga olgan ob'ektlarni (masalan, yopiq doira yoki sfera) ifodalaydi.

3. Topologik Fazolar va Geometrik Fazolar: O'xshashliklar va Farqlar

Geometriya fazolarni masofalar, burchaklar, uzunliklar yordamida o'lchaydi, bu esa geometrik ob'ektlarning aniq shaklini tasvirlaydi. Misol uchun, Evklid fazosi $\mathbb{R}^n$ o'zida nuqtalar orasidagi masofalarni o'lchaydi. Geometrik fazolarda, ob'ektlarning shakli, masofa va uzunlik o'lchovlari mavjud bo'lib, bu fazolarning ko'rinishini va o'ziga xosligini belgilaydi.

Topologiyada esa fazolarni o'lchash emas, balki strukturaviy xususiyatlar o'rganiladi. Topologik fazo, masalan, Evklid tekisligi, ya'ni metrik fazo, unda masofa o'lchansa ham, topologiya nuqtai nazaridan bu fazo faqatgina ochiq va yopiq to'plamlar orqali tasvirlanadi. Topologik fazo o'zida uzluksiz funktsiyalarni va boshqa strukturalarni saqlagan holda, fazolarni o'zgartirish (masalan, siqish yoki cho'zish) imkonini beradi. Bunda fazoning shakli va masofasi o'zgarmaydi, faqat uning ichki tuzilishi va uzluksizligi saqlanadi.

Topologiya va geometriya o'rtasidagi asosiy farq shundaki, geometriya fazolarning shaklini va o'lchovlarini aniqlasa, topologiya bu shakllarning saqlanishi yoki o'zgarishini aniqlashga qaratilgan. Geometriyada to'plamlar va ularning o'zaro munosabatlari o'lchovlar orqali aniqlanadi, topologiyada esa fazoning o'ziga xos tuzilmasi va undagi nuqtalar orasidagi uzluksiz munosabatlar asosida ko'rib chiqiladi.

4. Topologik va Geometrik Kiritish (Embedding)

Topologiya va geometriya o'rtasidagi yana bir muhim bog'lanish kiritish (embedding) tushunchasida namoyon bo'ladi. Geometrik embedding deganda, bir geometrik fazo boshqa bir geometrik fazoga o'lchovlar saqlangan holda kiritilishi tushuniladi.

Topologik embedding esa topologik fazoning boshqa topologik fazoga uzluksiz tarzda joylashtirilishidir, bunda uning strukturalari saqlanadi. Geometrik embeddingdan farqli o'laroq, topologik embeddingda fazoning geometrik shakli va masofasi saqlanmasligi mumkin, lekin uning "uzluksizligi" yoki topologik tuzilishi saqlanadi. Masalan, biror sferani boshqa bir fazoga kiritish, uning topologik xususiyatlarini (masalan, yopiq yoki ochiq bo'lishini) saqlashni ta'minlaydi, lekin uning geometrik shakli (radiusi yoki o'lchovlari) o'zgarmasligi mumkin.

Kiritish tushunchasi, topologiya va geometriya o'rtasidagi aloqalarni chuqurroq tushunishga yordam beradi, chunki bu ikki soha fazolarni turli usullar bilan tasvirlaydi va ularni boshqa fazolarga joylashtirishni o'rganadi.

5. Topologiya va Geometriyaning Integratsiyasi: Matematik Tahlil va Ilovalar

Topologiya va geometriyaning integratsiyasi, masalan, differensial geometriya va topologik tahlil kabi sohalarda ko'rinadi. Bu sohalar, geometrik strukturalar va topologik fazolarni birlashtirib, uzluksiz funksiyalar, differensial operatorlar va boshqa matematik ob'ektlar ustida ishlash imkonini beradi.

Differensial geometriya fazolarni (masalan, manifoldlar) topologik xususiyatlarga asoslangan tarzda tahlil qiladi, bunda geometriya nuqtai nazaridan ob'ektlar o'lchovlar va masofalar bilan tasvirlanadi, topologiya nuqtai nazaridan esa ularning o'zgaruvchan tuzilmalari va uzluksizligini o'rganadi. Misol uchun, sfera yoki torus kabi geometrik ob'ektlar, topologik nuqtai nazardan bir xil fazolar sifatida qaraladi, ammo ularning geometrik shakllari farq qiladi.

Xulosa:

Topologiya va geometriya — matematikada fazo va uning xususiyatlarini o'rganadigan ikki muhim soha bo'lib, ular fazoni turli nuqtai nazardan tushunadi. Geometriya fazoning aniq o'lchovlari (masofa, burchaklar, uzunliklar) va shaklini o'rganish bilan shug'ullanadi, topologiya esa fazoning uzluksiz o'zgarishini va strukturasini, aniq o'lchovlar yoki masofalarga e'tibor bermay o'rganadi.

Topologiya geometriyaga qaraganda yanada umumiyroq yondashuvni taqdim etadi, chunki u fazoning shakli o'zgarmasdan uzluksiz ravishda o'zgartirilishi mumkinligini tushunadi. Geometriya esa bu o'zgarishlarni aniq o'lchovlar orqali aniqlaydi. Geometriya va topologiya o'rtasidagi aloqalar ko'plab hollarda bir-birini to'ldiradi. Misol uchun, differensial geometriya topologiya va geometriyaning integratsiyasi bo'lib, egri fazolarni o'rganadi. Har ikkala soha ham matematikada fazolarni tushunishda muhim rol o'ynaydi va birgalikda foydalanish, yanada chuqurroq tushunchalar yaratishga yordam beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar/Используемая литература/References:

1. Munkres, J. R. Topology
2. Nash, John F., and Sen, Shyam. Topology and Geometry for Physicists
3. Steenrod, N. The Topology of Fibre Bundles
4. Do Carmo, Manfredo P. Differential Geometry of Curves and Surfaces
5. Munkres, J. R. Elements of Algebraic Topology
6. Guillemin, V. and Pollack, A. Differential Topology
7. Kuratowski, K. Topology



INNOVATIVE
ACADEMY