

ELLIPS TENGLAMASINING ANALITIK TAHLILI VA GEOMETRIYADAGI QO'LLANILISHI

Xoshimova Dilobar

Shahrisabz davlat pedagogika instituti o'qituvchisi

Ulasheva Anvara

Shahrisabz davlat pedagogika instituti talabasi

Berdiyeva Sevara

Shahrisabz davlat pedagogika instituti talabasi

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15709206>

Annotatsiya.

Ushbu maqolada ellips tushunchasining matematik va geometrik asoslari hamda ularning analitik tahlili yoritilgan. Ellips tenglamasining hosil qilinishi, fokuslar, eksantriklik, parametrik tenglama va tangent chiziqlar kabi asosiy elementlari ilmiy nuqtai nazardan tahlil qilingan. Shuningdek, ellipsning geometriya, fizika, astronomiya va texnik sohalardagi amaliy qo'llanilishi misollar orqali ko'rsatib berilgan. Maqolada grafik tasvir, formulalar va nazariy tushunchalar asosida ellips shaklining ahamiyati ochib berilgan. Tadqiqot natijalari ellipsni chuqur o'rganish nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham muhim ekanini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: Ellips, fokus nuqtalar, eksantriklik, analitik geometriya, parametrik tenglama, tangent chiziq, ellips yuza formulasi, astronomik orbitalar, geometrik modellashirish.

Annotation: This article explores the mathematical and geometric foundations of the concept of the ellipse and its analytical analysis. The derivation of the ellipse equation, foci, eccentricity, parametric equations, and tangent lines are examined from a scientific perspective. Additionally, the practical applications of ellipses in geometry, physics, astronomy, and technical fields are demonstrated through examples. The article presents the significance of the ellipse based on graphical representation, formulas, and theoretical concepts. The results of the study show that a deep understanding of the ellipse is important not only theoretically, but also practically.

Keywords: Ellipse, focal points, eccentricity, analytic geometry, parametric equation, tangent line, ellipse area formula, astronomical orbits, geometric modeling.

Аннотация: В данной статье рассматриваются математические и геометрические основы понятия эллипса, а также его аналитический анализ. С научной точки зрения проанализированы вывод уравнения эллипса, фокусы, эксцентриситет, параметрические уравнения и касательные линии. Кроме того, приведены примеры практического применения эллипса в геометрии, физике, астрономии и технических областях. В статье раскрывается значение формы эллипса на основе графических изображений, формул и теоретических понятий. Результаты исследования показывают, что глубокое изучение эллипса важно как в теоретическом, так и в практическом плане.

Ключевые слова: Эллипс, фокусные точки, эксцентриситет, аналитическая геометрия, параметрическое уравнение, касательная прямая, формула площади эллипса, астрономические орбиты, геометрическое моделирование.

Kirish.

Geometriyaning muhim bo'limlaridan biri bo'lgan konik kesimlar orasida ellips alohida o'rin tutadi. Ellips — ikki nuqtaga bo'lgan masofalar yig'indisi doimiy bo'lgan nuqtalar to'plami sifatida aniqlanadigan geometrik shakl bo'lib, u ko'plab tabiiy va texnik jarayonlarning matematik modellari sifatida xizmat qiladi. Jumladan, ellips shakli astronomiyada sayyoralarning orbitasini, optikada yorug'lik nurlari sinishini, fizikada esa tebranish va harakat trayektoriyalarini ifodalashda keng qo'llaniladi.

Ellipsga oid tenglamalarning analitik tahlili ushbu geometrik shaklning xossalarini chuqur tushunish va ularni amaliyotda qo'llash imkonini beradi. Ellipsning eksantrikligi, fokuslari, parametrik tenglamasi, tangensial chiziqlari va yuzasi kabi matematik tushunchalar, bir tomondan, nazariy bilimlarni boyitsa, ikkinchi tomondan, real muammolarni hal etishda asos bo'lib xizmat qiladi.

Mazkur maqolada ellipsning analitik tenglamasi asosida olib boriladigan tahlillar, ularning hosil qilinishi, geometriyadagi qo'llanilishi va turli sohalardagi amaliy ahamiyati yoritiladi. Shuningdek, ellipsning grafik tasviri, asosiy xossalari va ularga doir matematik formulalar izchil bayon qilinadi.

Nazariy asos. Geometriyada ellips — bu konik kesimlarning muhim turlaridan biri bo'lib, fokuslar yig'indisi doimiy bo'lgan nuqtalar to'plami sifatida aniqlanadi. Ellips tushunchasi qadimdan buyon matematik tadqiqotlarda muhim o'rin egallab kelgan bo'lsa-da, uning analitik ko'rinishdagi ifodasi XVII asrda analitik geometriyaning shakllanishi bilan chuqur o'rganila boshlandi.

Ellips — bu tekislikdagi shunday nuqtalar to'plamidirki, ularning ikki harakatsiz nuqtaga (fokuslarga) bo'lgan masofalar yig'indisi doimiy bo'ladi. Bu ta'rifdan kelib chiqib, ellipsning asosiy geometrik xossalari aniqlanadi.

$$PF_1 + PF_2 = 2a$$

bu yerda:

$F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ — fokuslar,

a — ellipsning katta yarim o'qi.

Bu ta'rif asosida ellipsning asosiy tenglamasi hosil qilinadi.

Ellipsning asosiy tenglamasi to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida quyidagicha yoziladi:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

bu yerda:

a — ellipsning katta yarim o'qi (x o'qi bo'ylab),

b — kichik yarim o'q (y o'qi bo'ylab),

$a > b > 0$ shart bajariladi. Agar $a = b$ bo'lsa, ushbu tenglama doira tenglamasiga aylanadi.

Ushbu tenglama orqali ellipsning asosiy xossalari, masalan, eksantriklik, fokuslar, direktrisalar va markaz koordinatalari aniqlanadi.

Agar ellips markazi $(h; k)$ bo'lsa, tenglama quyidagicha yoziladi:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Ellipsning asosiy elementlari

- **Markaz:** Ellipsning o'rtasidagi nuqta, tenglamada bu nuqta koordinatalari $(h; k)$ sifatida ko'rinadi.

- **Fokuslar:** $(c,0)$ va $(-c,0)$, bu yerda $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.
- **Eksantriklik:** Ellipsning cho'zilganlik darajasi. Formulasi:
- $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$, $0 < e < 1$
- **Direktrisalar:** Har bir fokusga mos ravishda joylashgan to'g'ri chiziqlar, ular ellipsning analitik xossalarida muhim rol o'ynaydi.
- **Asimptotalar:** Ellipsda mavjud emas (giperboladan farqli o'laroq).

Ellipsning parametrik tenglamasi

Analitik tahlil uchun qulay bo'lgan ko'rinish — parametrik tenglama:

$$x = a \cos t, \quad y = b \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

Umumiy kvadratik tenglamadagi ellips

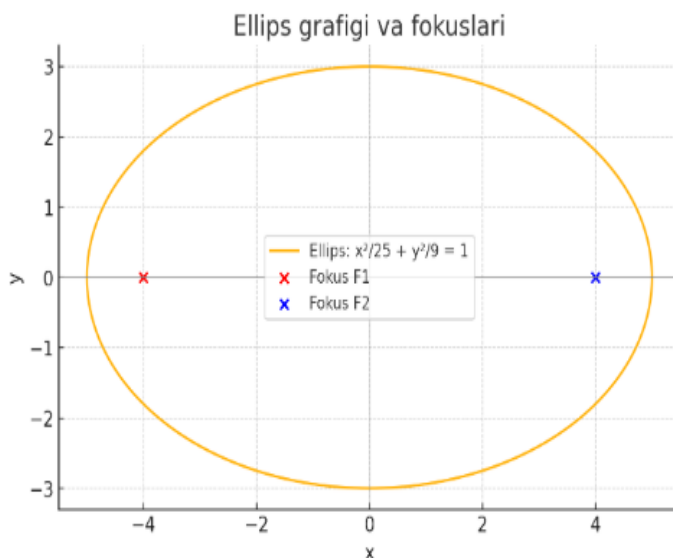
Ellips — umumiy ikkinchi darajali tenglama shakllarining maxsus holi:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Ellips bo'lishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi lozim:

- $B^2 - 4AC < 0$,
- A va C bir xil ishorali.

Bu tenglama maxsus koordinata o'zgartirishlar orqali elliptik ko'rinishga keltiriladi.



Yuqoridagi grafikda ellipsning chizig'i, shuningdek uning ikkita fokus nuqtasi — F_1 (qizil) va F_2 (ko'k) ko'rsatilgan. Bu ellips quyidagi tenglamaga ega:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Bu yerda:

- $a=5$ — katta yarim o'q,
- $b=3$ — kichik yarim o'q,
- Fokuslar orasidagi masofa: $2c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2\sqrt{16} = 8$

Analitik geometriyada ellips tenglamasi va uning hosilaviy shakllari orqali fazoviy jismlarni modellashtrish, fizik hodisalarni matematik ifodalash va grafik yechimlar orqali real jarayonlarni tahlil qilish imkoniyati yaratiladi. Xususan, ellips orbitasi orqali Kepler qonunlari asosida sayyoralar harakatini tavsiflash mumkin.

Bundan tashqari, ellips tenglamasining umumiy kvadratik tenglamalar bilan bog'liqligi, koordinatalar o'qini burish orqali diagonal ko'rinishga keltirish kabi amaliy jihatlari ham matematik analiz va geometriya fanlarida keng qo'llaniladi.

Shunday qilib, ellips tenglamasining analitik tahlili geometriya, fizika, astronomiya va texnika sohalarida nazariy hamda amaliy muammolarni yechishda muhim vosita hisoblanadi.

Xulosa. Ellips — analitik geometriyada o'rganiladigan muhim konik kesimlardan biri bo'lib, uning matematik tahlili ko'plab nazariy va amaliy masalalarni yechishda asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi. Ushbu maqolada ellipsning asosiy xossalari, tenglamasi, fokuslari, eksantrikligi, parametrik tenglamalari va tangent chiziqlari chuqur tahlil qilindi. Shuningdek, ellips shaklining geometriya, fizika, astronomiya va texnik fanlardagi qo'llanilishiga doir misollar orqali uning amaliy ahamiyati yoritib berildi.

O'rganilgan materiallar shuni ko'rsatadiki, ellips faqat nazariy obyekt emas, balki real hayotdagi ko'plab hodisalarni matematik modellashtirish uchun qulay shakldir. Shu boisdan, ellipsning analitik va grafik ko'rinishlarini chuqur o'rganish, talabalarning ham nazariy bilimlarini, ham amaliy ko'nikmalarini shakllantirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Kelgusida ellipsga oid masalalarni kompyuter texnologiyalari yordamida vizual modellashtirish va tahlil qilish yo'nalishida izlanishlar olib borish maqsadga muvofiqdir.

References:

Используемая литература:

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Karimov, Yo. I., va boshqalar. *Geometriya (akademik litseylar uchun darslik)*. Toshkent: «O'qituvchi», 2011.
2. Matmuratov, M. M. *Analitik geometriya*. Toshkent: «Fan va texnologiya», 2016.
3. Qurbonov, A. Q. *Matematik analiz*. 1-qism, Toshkent: TDPU nashriyoti, 2014.
4. Otaniyozov, Yo. O. *Yuqi matematik analiz*. Toshkent: «O'zbekiston», 2012.
5. Nazarov, S. S., va T. A. To'rayev. *Oliy matematika*. Toshkent: "Fan", 2007.
6. Raxmatov, A. B. *Geometriya va chizmalar geometriyasi*. Toshkent: Toshkent arxitektura-qurilish instituti nashriyoti, 2010.
7. Abdullayev, A. A., va boshqalar. *Oliy matematikadan masalalar to'plami*. Toshkent: «Fan va texnologiya», 2015.
8. Ubaydullayev, S. R. *Matematik analizning elementlari*. Toshkent: «O'qituvchi», 2009.
9. Nurmuxamedov, H. H. *Analitik geometriya va chiziqli algebra*. Toshkent: «Yangi asr avlodi», 2018.
10. Sharopov, A. Sh. *Chiziqli algebra va analitik geometriya*. Toshkent: TATU nashriyoti, 2013.