

TO'LQIN TARQALISH TENGLAMASINI COMSOL MULTIPHYSICS DASTURI YORDAMIDA MATEMATIK MODELLASHTIRISH

D.M.Davronova

Magistrant, Farg'ona davlat texnika universiteti

drdndvrnv@gmail.com

+998908581075

<https://doi.org/10.5281/zenodo.17934977>

Annotatsiya: Ushbu maqolada bir o'lchovli fazoda to'lqin tarqalish tenglamalarining 1 metr sterjindagi, vaqt oralig'i $dt=0.1$ sekund va qadami $dx=0.1$ metr bo'lgan holat uchun to'lqin tarqalishining aniq yechim va birdan yettinchi darajagacha bo'lgan aniqlik darajalari Chekli elememtlar usuli asosida ishlovchi **COMSOL MULTIPHYSICS** dasturida ko'rib chiqilgan. Aniq yechim va aniqlik darajalari grafik yordamida bir – biriga taqqoslangan.

Kalit so'zlar: CHEU, COMSOL MULTIPHYSICS, to'lqin tarqalish tenglamasi, bir o'lchovli fazo, koordinata, dispersiya.

Аннотация: В данной статье рассматриваются точные решения и уровни точности распространения волн от единицы до седьмого порядка для случая, когда интервал времени $dt=0.1$ секунды и шаг $dx=0.1$ метра в 1 метрическом стержне уравнений распространения волн в одномерном пространстве в программе COMSOL MULTIPHYSICS, работающей на основе метода конечных разностей. Точное решение и уровни точности сравниваются друг с другом с помощью графика.

Ключевые слова: CHEU, COMSOL MULTIPHYSICS, волновое уравнение, одномерное пространство, координата, дисперсия.

Abstract: In this article, the exact solution of wave propagation equations in one-dimensional space for a time interval $dt=0.1$ seconds on a 1 meter rod and a step $dx=0.1$ meters, and levels of accuracy from one to seven, are considered in the COMSOL MULTIPHYSICS program, which operates on the basis of the finite difference method. The exact solution and accuracy levels are compared using a graph.

Keywords: CHEU, COMSOL MULTIPHYSICS, wave propagation equation, one-dimensional space, coordinate, dispersion.

Kirish

To'lqin – bu modda zarralarining muvozanat holatiga nisbatan siljishi natijasida energiyaning bir nuqtadan ikkinchisiga uzatilish jarayonidir. To'lqinlar mexanik, elektromagnit, akustik, optik, gravitatsion kabi ko'plab shakllarda mavjud bo'lib, ularning barchasi turli muhitlarda yoki bo'shliqlarda tarqaladi. Matematik modellash tirish vositalari bu jarayonlarni chuqur tahlil qilish va amaliy masalalarni yechishda qo'llaniladi.

COMSOL Multiphysics dasturi to'lqinlarning tarqalishini sonli modellash tirishda kuchli vositalardan biridir. To'lqinlarning matematik tavsifi ular tarqalishini ifodalovchi differensial tenglamalar yordamida amalga oshiriladi.

Metodologiya

To'lqinlarning fazoda va vaqtda tarqalishini ifodalovchi asosiy matematik model – bu to'lqin tenglamasidir. Eng oddiy shakli bir o'lchamli bo'lib quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\delta u}{\delta t} + c \frac{\delta u}{\delta x} = 0. \quad (1)$$

$u(x,t)$ – to'lqin funksiyasi (masalan, bosim, elektr maydon kuchi),

c – to‘lqin tezligi,

(1) Tenglamani quyidagi ko‘rinishga o‘tkazamiz:

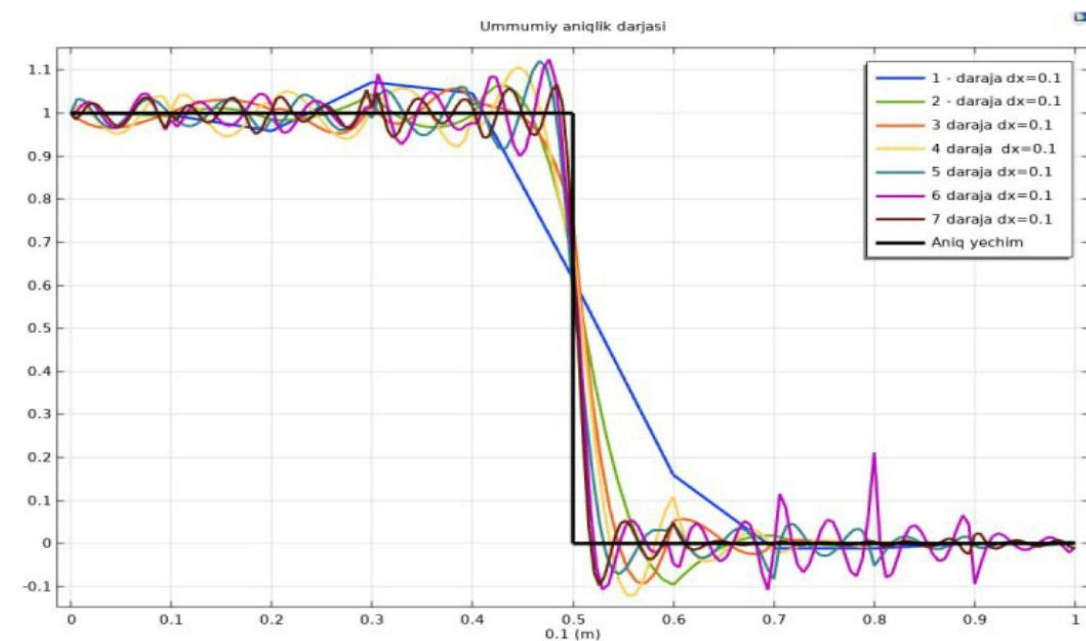
$$U_i^{n+1} = U_i^n - \Delta t c \frac{U_i^n - U_{i-1}^n}{\Delta x}; \quad (2)$$

Bu yerda: $U(n,t)$ — to‘lqinning fazo va vaqt bo‘yicha dispersiya funksiyasi, ya‘ni to‘lqinning x va t koordinatalariga bog‘liq amplitudasi; x — fazo koordinatasi; t — vaqt; c — to‘lqin tezligi, ya‘ni to‘lqinlarning fazoda qanday tezlikda tarqalishini belgilovchi doimiy koeffitsient (muhitga qarab farq qiladi).

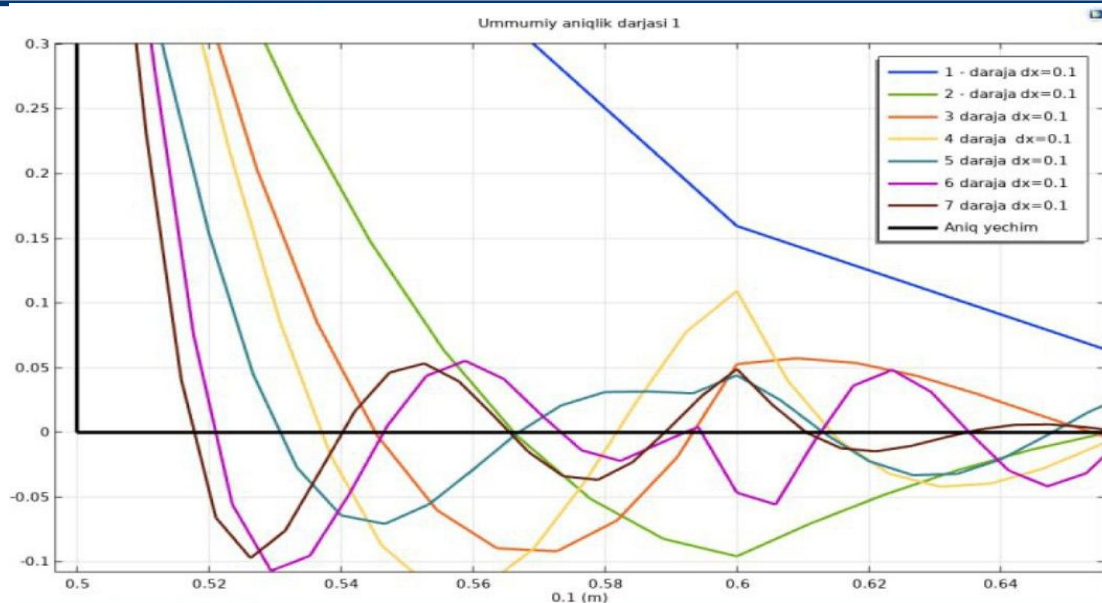
Natijalar va muhokamalar.

To‘lqin tarqalishini $dx=0.1$ va $dt=0.1$ oraliqlarda aniqlik darajasini birdan yettinchiga qadar oshirib haqiqiy aniq yechim bilan solishtiramiz. Shunday masalalar borki ularda aniq yechimga borish uchun faqat aniqlilik darajasini oshirishning o‘zi yetarli bo‘lmaydi. Masalan uchunchi daraja aniqlikda lekin hisoblash to‘rini zichroq tanlashimiz mumkin. Bunda ham aniq yechimga yaqin yechim olishimiz mumkin.

Grafikdan ko‘rishimiz mumkinki aniqlilik darajasini 7 – darajaga oshirganimizda biz aniq yechimga yaqinlashamiz lekin bu jarayonda hisoblash vaqti ortib ketadi. Bundan tashqari masalalarning aniq yechimga yaqin yechimlarini olish hisoblash setkalariga ham bog‘liq hisoblanadi. Yani hisoblash setkasidagi nuqtalar qanchalik ko‘p bo‘lsa yechim ham shunchalik aniq va kam hatolik bilan chiqadi. Lekin bu ham albatta hisoblash vaqtini orttiradi.

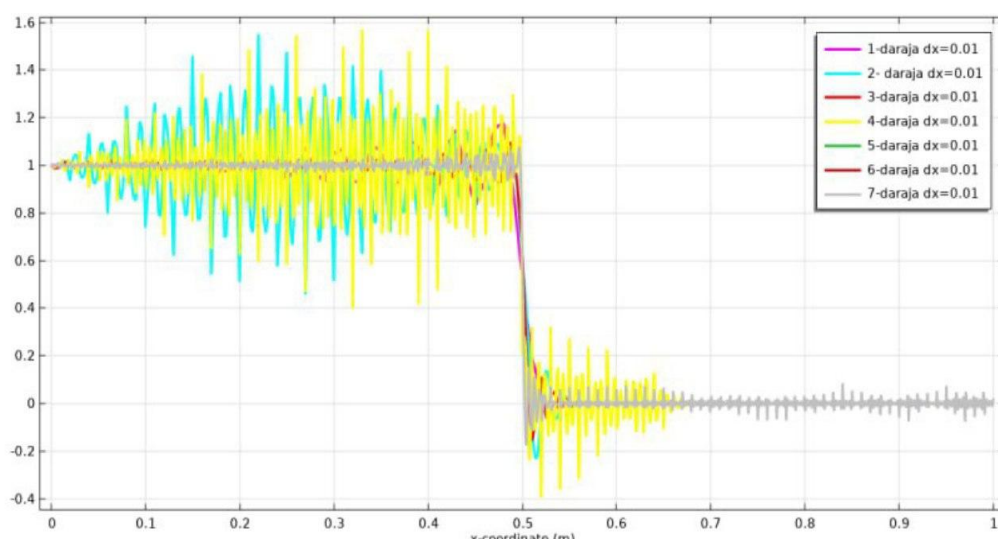


1 – rasm. Aniq yechim va barcha aniqlilik darajalaridagi yechimlar grafigi.

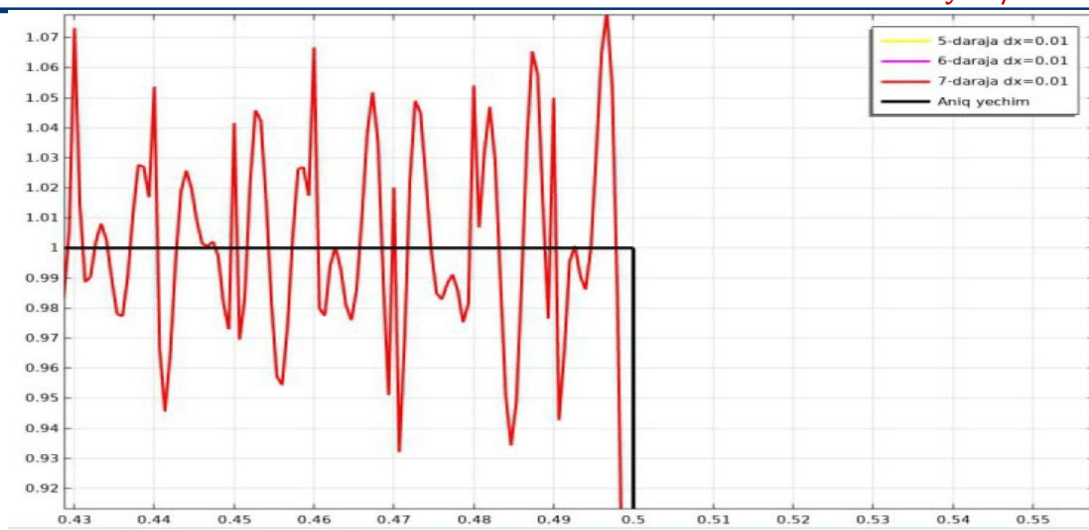


2-rasm. 1 – rasmdagi grafikning qirqim ko‘rinishi.

Tenglamalarni yechish davomida biz (c) – KFL yani KURRAM FREDRIX LEVEL sonini ham inobatga olishimiz kerak. U har doim $c < 1$ shartni qanoatlantirishi kerak. Agar $c > 1$ bo‘lsa ham tenglama yechimga ega bo‘lmay qoladi. Masalan ushbu grafikda yuqoridagi hatolikni ko‘rishimiz mumkin. Bu yerda $dx=0.01$ $dt=0.1$ dagi holat tasvirlangan.



3 – rasm. $Dx=0.01$ dagi 1 – 7 darajagacha bo‘lgan aniqlilik darajasi grafigi.



4 – rasm. Aniq yechim va 5,6,7 – daraja aniqlilik darajasi tasvirlangan grafik qirqimi.

(3) va (4) dan ko‘rinib turibdiki, Kurram soni $c < 1$ shartni qanoatlantirmaydi va buning natijasida assilyatsiya ortib ketadi hamda 5,6,7 – aniqlilik darajasidagi grafik chiqizqlarimiz ustma - ust tushib qoladi. Bu jarayonda biz aniq yechimga erisha olmaymiz. Shuning uchun tenglamalarning aniq yechimlarini olayotganimizda $c < 1$ shartni bajarishini tekshirishimiz shart hisoblanar ekan.

Hulosa

COMSOL Multiphysics dasturidan foydalanish murakkab chegaraviy shartlarga ega bo‘lgan masalalarni yechishda real geometriyani hisobga olgan holda to‘lqin maydonining taqsimotini yuqori aniqlikda vizuallashtirishga imkon berdi. Yaratilgan matematik model bizga tenglamalarning aniq yechimini topishning eksperimental yoki analitik yechish qiyin bo‘lgan holatlarda samarali va tejamkor yechim ekanligini ko‘rsatib berdi.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Д.Андерсон, Дж.Таннехилл.Р.Плетчер “ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ГИДРОМЕХАНИКА И ТЕПЛООБМЕН.
2. M.J.(1973). Boundary Condition Calculation Procedures for Inviscid Supersonic Flow Fields. – Proc. AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Palm Springs, California, p. 153-172.
3. Evans, Lawrence C. **Partial Differential Equations**. AMS, Graduate Studies in Mathematics, 2010. — ISBN: 9780821849743
4. <https://ocw.mit.edu>