



LIMITGA EGA BO'LGAN FUNKSIYALAR USTIDA AMALLAR

Eshimova Sug'diyona Zarifovna

O'zbekiston milliy pedagogika universiteti, 2-kurs talabasi

+998991640425

<https://doi.org/10.5281/zenodo.17471166>

ARTICLE INFO

Qabul qilindi: 20-oktabr 2025 yil

Ma'qullandi: 25-oktabr 2025 yil

Nashr qilindi: 29-oktabr 2025 yil

KEY WORDS

Limit, limit nuqtasi, funksiya, matematik analiz, uzluksizlik, amallar, xossalari, aniqlik.

ABSTRACT

Ushbu tezisda limitga ega bo'lgan funksiyalar ustida bajariladigan asosiy amallar hamda ularning xossalari yoritilgan bo'lib, hozirgi kunda limit tushunchasi matematik analiz fanida funksiyalarning uzluksizligi va hosilasi bilan chambarchas bog'liqligini ko'satadi. Ushbu tezisda limitlarning arifmetik amallaridagi qo'llanilishi hamda bir qancha aniqliklar tahlil qilinadi. Shuningdek talabalarga qo'llanma vazifasini bajaradi.

Matematik analiz fanining asosiy tushunchalaridan biri funksiya limiti hisoblanadi. Limit funksiyaning ma'lum bir nuqta atrofidagi hatti-harakatini o'rganishga imkon beradi. Bugungi kunda limit nazaryasi nafaqat oliy matematikada, balki fizika, iqtisodiyot, informatika va texnika sohalarida ham asosiy o'rin egallaydi. Limitga ega bo'lgan funksiyalar ustida amallarni o'rganish ularning xossalari aniqlash hamda amaliy qo'llash dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Shu bilan birga eng ko'p uchrab turadigan va ko'p qo'llaniladigan limitlar haqida batafsil yoritiladi. Limit funksiyaning argumenti ma'lum bir qiymatga yoki cheksizlikka intilganda, uning qandaydir qiymatlariga yaqinlashganligini bilish imkonini beradi. Bu tushuncha yordamida funksiyaning chuqur o'rganish, uzluksizlikni hosilani hamda integrallarni aniqlash mumkin. Shuning uchun limit nazaryasi matematik analizning asosiy bo'limlaridan biri bo'lib, butun differensial va integral hisobining nazariy poydevorini tashkil etadi. Limitga ega bo'lgan funksiyalarni o'rganish matematik analizning tushunchalarini chuqur anglash, ularni hayotdagi muammolarga tadbqiq etish va zamonaviy matematik modellashtirishni takomillashtirishda muhim asos bo'ladi.

Asosiy qisim: X to'plamning a nuqta limit nuqtasi deb ixtiyoriy X to'plamning a dan farqli kamida bitta nuqtasiga aytiladi. Limit nuqtaning bu ta'rifidagiga teng kuchli bo'lgan yana bir ta'rifni keltirsak, ya'ni a nuqtaning ixtiyoriy atrofida X to'plamning cheksiz ko'p nuqtalari bo'lsa, u holda a nuqta X to'plamning limit nuqtasi deyiladi. Shunday teorima borki bu *teorima* yuqoridagi ikki ta'rifning teng kuchli ekanligini anglatadi ya'ni a nuqta X to'plamning limit nuqtasi bo'lishi uchun a nuqtaning ixtiyoriy atrofida X to'plamining cheksiz ko'p nuqtalari bo'lishi zaruriy va yetarli.

Agar $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ va $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$ bo'lsa, demak funksiya $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalari x a ga yaqinlashganda mos ravishda A va B qiymatlariga yaqinlashadi. Bajariladigan amallar va ularning xossalari A va B mavjud bo'lishi uchun shartlar ko'rib chiqiladi. Limitlar ustidagi

algebraik amallarni tahlil qilsak ya'ni $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = A \pm B$ bo'ladi. Isboti esa berilgan $\varepsilon > 0$ uchun $f \rightarrow \delta_1$ $g \rightarrow \delta_2$ uchun topladi. $|f(x) - A| < \frac{\delta}{2}$ va $|g(x) - B| < \frac{\delta}{2}$ agar $0 < |x - a| < \min(\delta_1, \delta_2)$ shunda $|(f(x) + g(x)) - (A + B)| \leq |f(x) - A| + |g(x) - B| < \varepsilon$ bo'ladi. Ko'paytma amali $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) * g(x)) = A * B$ bo'ladi. Buning isboti $|f(x) * g(x) - A * B| = |f(x) * (g(x) - B) + B * (f(x) - A)| \leq |f(x)| * |g(x) - B| + |B| * |f(x) - A|$ dan kelib chiqadi. Bo'linma amali esa, agar $B \neq 0$ bo'lsa $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}$ a -ga yaqin x lar uchun nolga teng bo'lmaydi. Bu xossalar limitning asosiy hamda amaliy qo'llanilishiga imkon yaratadi. Shunday bir qancha aniqmas ifodalar borki ular xuddi ketma-ketliklardagidek ba'zan limitga ega bo'lgan funksiyalar ustida arifmetik amallarni bajarish ayrimlarini noaniqlikka olib kelishi mumkin. Bulardan ba'zilarini o'rib o'tsak. Masalan $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar X to'plamda aniqlangan shuningdek X to'plamning limit nuqtasi a nuqta bo'lsa quydagi ko'rinishda bo'ladi.

Agar $x \rightarrow a$ da $f(x) \rightarrow 0$, $g(x) \rightarrow 0$ bo'lsa u holda $f(x) \div g(x)$ ifoda $\frac{0}{0}$ ko'rinishidagi aniqmaslik deyiladi.

Agar $x \rightarrow a$ da $f(x) \rightarrow \infty$, $g(x) \rightarrow \infty$ bo'lsa, u holda $f(x) \div g(x)$ ifoda $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishidagi aniqmaslik deyiladi.

Agar $x \rightarrow a$ da $f(x) \rightarrow 0$, $g(x) \rightarrow \infty$ bo'lsa u holda $f(x) \times g(x)$ ko'paytma $0 \times \infty$ ko'rinishidagi aniqmaslik deyiladi.

Agar $x \rightarrow a$ da $f(x) \rightarrow +\infty$ ($-\infty$), $g(x) \rightarrow -\infty$ ($+\infty$) bo'lsa, u holda $f(x) + g(x)$ yig'indi $(\infty - \infty)$ ko'rinishidagi aniqmaslik deyiladi. Bundan tashqari $0^0, 1^\infty, \infty^0$ ko'rinishidagi aniqmasliklar ham uchrab turadi. Misollar harakteriga qarab aniqmasliklarni yechishda turli xil usullar qo'llaniladi.

Xulosa: Limit - inson tafakkurining chegarasini ifodalovchi matematik modeldir ya'ni har bir inson hayotda chegaraga yaqinlashadi: bilimda, sabrda, imkoniyatda. Funksiya limiti matematik jihatidan insoniy intilish chegaraga yetish istagiga qiyos qilish mumkin. Limitga ega bo'lgan funksiyalar ustida amallar matematik analiz fanida muhim ahamiyat kasb etadi. Limitlar yordamida murakkab funksiyalarni soddalashtirish, chegaraviy qiymatlarini hisoblash va aniq jarayonlarni aniqlik bilan modellashtirish imkoniyatini beradi. Limitga ega bo'lgan funksiyalar ustidagi amallar matematik tahlilning tayanch qismi hisoblanib, rivojlanayotgan zamonda limit tushunchasi raqamli texnologiyalar, iqtisodiyot hamda algoritmik modellar va texnik tizimlarning aniqligini oshirishda asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi. O'quvchiga limitni faqat formulalar orqali emas, balki hayotiy jarayonlar misolida (masalan, harakat sekinlashuvi, pul qiymatini o'zgarishi, biologik o'sish) tushuntirish - matematikani inson ongiga yaqinlashtiradi. Insonning mantiqiy fikrlash qobiliyati limit tushunchasini to'g'ri anglash orqali rivojlanadi. Limit yordamida biz noaniqlikni aniqlikka aylantiramiz - bu esa analitik tafakkurning eng yuqori bosqichidir..

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Apostol, T. M. Matematik analiz 1-jild: Bir o'zgaruvchili analiz va chiziqli algebra asoslari. - Moskova: Mir nashriyoti, 1983. - 560 bet.
2. O'. Toshmetov, R.M. Turgunbayev, E.M. Saydamanov, M. Madirimov. 1-qism: Matematik analiz -Toshkent: "Extremum-Press" nashriyoti, 2015. - 68-78 betlar.
3. Apostol, T. M. matematik analiz. 2-jild. - Moskova: Mir nashriyoti, 1987. - 670 bet.

4. D. R. Atamuradova, Zamonaviy mobil texnologiyalarning rivojlanish istiqboli "Fizika – Matematika va informatika jurnali" 2024-y. 53-60 betlar.
5. Rasulov S.A. Rajabov A.A Matematik analiz nazariyasi va amaliyoti – Toshkent: TDPU nashriyoti, 2020. – 102-128-betlar.
6. To'xtayev B.T. Ahmedov M.M. Matematik analiz. -. Toshkent : "Fan va texnologiya" 2012.- 45-78-betlar.
7. Karimov B. K Ergashev R. I Oliy matematika kursi (1-qism) – Toshkent: "O'qituvchi" 2009. 53-84-betlar.

