

TEOREMA VA UNING TURLARI

Eshonqulova Maftuna Abdurahmon qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

MI s 504-guruh talabasi

E-mail: maftunaeshonqulova39@gmail.com

Rajapova Zebiniso Bahriddin qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

MI s 504-guruh talabasi

E-mail: zebinisorajapova3@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.17293678>

Annotatsiya: Ushbu maqolada teorema tushunchasi, uning tarixiy kelib chiqishi, qismlari va aksiomadan farqi yoritilgan. Shuningdek, teoremlarning asosiy turlari — asosiy teoremlar, lemma, aks teorema, kontrpozitiv teorema, korollar, universal va maxsus teoremlar haqida ma'lumot berilgan. Mashhur matematik teoremlarga misollar keltirilgan hamda isbotlash usullari (bevosita isbot, aksini faraz qilish, matematik induksiya va boshqalar) sodda tilda tushuntirilgan. Maqola o'quvchilarda teoremlarning mohiyatini chuqurroq anglash, mantiqiy fikrlashni rivojlantirish va matematikani nazariy asoslarda o'rganishga qiziqishni kuchaytirishga xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: Teorema, Aksioma, Isbot, Lemma, Aks teorema, Korollar, Matematik induksiya, Pifagor teoremasi, Fermat teoremasi, Zaruriy va yetarli shart.

Аннотация: В статье рассматривается понятие теоремы, её историческое происхождение, части и отличие от аксиомы. Также даются сведения об основных типах теорем – фундаментальных теоремах, леммах, обратных теоремах, контрапозитивных теоремах, следствиях, универсальных и специальных теоремах. Приводятся примеры известных математических теорем, а также доступным языком объясняются методы доказательства (прямое доказательство, обратное предположение, математическая индукция и др.). Статья призвана способствовать более глубокому пониманию студентами сути теорем, развитию логического мышления и повышению интереса к изучению математики на теоретической основе.

Ключевые слова: Теорема, Aksioma, Доказательство, Лемма, Теорема Ах, Следствия, Математическая индукция, Теорема Пифагора, Теорема Ферма, Необходимое и достаточное условие.

Abstract: This article discusses the concept of a theorem, its historical origin, parts, and difference from an axiom. It also provides information about the main types of theorems - fundamental theorems, lemmas, converse theorems, contrapositive theorems, corollaries, universal and special theorems. Examples of famous mathematical theorems are given, and methods of proof (direct proof, converse assumption, mathematical induction, etc.) are explained in simple language. The article serves to provide students with a deeper understanding of the essence of theorems, develop logical thinking, and increase interest in studying mathematics on theoretical grounds.

Keywords: Theorem, Axiom, Proof, Lemma, Ax theorem, Corollaries, Mathematical induction, Pythagorean theorem, Fermat's theorem, Necessary and sufficient condition.

Kirish:

Matematika insoniyat tafakkurining eng qadimiy sohalaridan biridir. Qadimdan odamlar sonlarni sanash, uzunlik va maydonlarni o'lchash, yulduzlarning harakatini kuzatish kabi faoliyatlar bilan shug'ullanib kelishgan. Shu jarayonda ular ko'plab qonuniyatlarni aniqlagan. Ammo qonuniyatni kuzatishning o'zi yetarli emas, uni qat'iy mantiqiy asos bilan isbotlash kerak bo'lgan. Shunday qilib, teorema tushunchasi paydo bo'lgan. Teorema – matematikaning yuragi bo'lib, butun fanlarning nazariy poydevorini tashkil qiladi. “Teorema” so'zi qadimgi yunon tilidagi “theorein” fe'lidan kelib chiqqan bo'lib, “kuzatmoq, tahlil qilmoq, o'rganmoq” degan ma'noni bildiradi. Qadimgi Yunonistonda matematik bilimlar falsafa bilan chambarchas bog'langan edi. Matematika olimlari o'z kuzatishlarini mantiqiy asoslashga intilishgan va natijada teorema tushunchasi shakllangan. Bu atama birinchi bo'lib Evlid asarlarida keng qo'llanilgan.

Zamonaviy ta'rifga ko'ra: Teorema – bu ma'lum shartlardan kelib chiqadigan va qat'iy isbot yordamida to'g'riligini ko'rsatish mumkin bo'lgan hukm. Masalan: “Uchburchakning ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng” – bu teorema, chunki u faqatgina tajribaga asoslanmagan, balki qat'iy isbot orqali tasdiqlangan.

Teoremaning qismlari

Har bir teorema odatda ikki qismdan iborat bo'ladi:

Gipoteza (shart) – teoremani qo'llash uchun berilgan sharoit.

Xulosa (natija) – isbotlanishi kerak bo'lgan fikr. Misol: Teorema: “Agar parallelogrammning bitta burchagi to'g'ri bo'lsa, u holda bu to'rtburchak – to'g'ri to'rtburchakdir.” Shart: parallelogrammning bitta burchagi to'g'ri. Xulosa: parallelogramm to'g'ri to'rtburchak. Teorema va aksioma farqi

Ko'p hollarda o'quvchilar teorema bilan aksiomani aralashtirib yuboradi.

Aksioma – isbotsiz qabul qilinadigan, o'z-o'zidan ravshan haqiqat. Masalan: “Butun qismidan kattaroqdir.”

Teorema – isbot talab qiladigan hukm. Demak, aksioma – boshlang'ich nuqta, teorema esa shu nuqtalardan kelib chiqadigan natijadir.

Teoremaning turlari. Asosiy teoremlar: Matematik bo'limlarning poydevori hisoblanadi. Masalan, Pifagor teoremasi – geometriya uchun, Nyuton binomi teoremasi – algebra uchun juda muhim.

Lemma (yordamchi teorema). Katta teoremani isbotlash jarayonida qo'shimcha hukm sifatida ishlatiladi. Masalan, Evlidning tub sonlarga oid katta teoremasini isbotlashda kichik lemma ishlatiladi.

Aks teorema. Agar berilgan teoremaning shartlari va xulosasi o'rin almashtirilsa, yangi teorema hosil bo'ladi. Misol: Teorema: “Agar uchburchak teng yonli bo'lsa, u holda uning burchaklari teng bo'ladi.”

Aks teorema: “Agar uchburchakning burchaklari teng bo'lsa, u holda u teng yonli bo'ladi.”

Kontrpozitiv teorema. Teoremaning inkor shaklida tuziladi. Misol: “Agar son tub bo'lmasa, demak, u 1 va o'zidan tashqari boshqa songa ham bo'linadi.”

Korollar (natijalar)

Asosiy teoremaning mantiqiy oqibati sifatida hosil qilinadigan qoida. Misol: Pifagor teoremasidan “gipotenuza eng uzun tomondur” degan xulosa kelib chiqadi.

Universal teoremlar. Matematikaning turli bo'limlarida amal qiladigan umumiy qonuniyatlar.

Maxsus teoremlar. Faqatgina muayyan soha yoki masalaga oid teoremlardir. Masalan, geometriyadagi maxsus ko'rinishlar.

Mashhur teoremlar: Pifagor teoremasi – to'g'ri burchakli uchburchakdagi bog'lanish. Tales teoremasi – aylana va uchburchakdagi xossa. Evklid teoremlari – tub sonlar va geometriya haqidagi hukmlar. Nyuton binomi teoremasi – binomning darajali kengaytmasi. Arximed qonuni – suyuqlikka oid matematik-fizik natija. Fermatning katta teoremasi – 350 yil davomida isbotlanmagan mashhur teorema. Geydelning to'liqsizlik teoremlari – zamonaviy mantiq asosidagi muhim natija.

Qadim zamonlardan beri teorema ilmiy tafakkurning eng muhim vositasi bo'lib kelgan. Ular insoniyatga tabiatni tushunish, texnologiyani rivojlantirish va ilm-fanni chuqurlashtirishda yordam bergan.

Zamonaviy tadqiqotlarda teoremaning roli. Bugungi kunda sun'iy intellekt, kibernetika, kosmik tadqiqotlar va genetikada ham teoremlarsiz rivojlanish mumkin emas. Masalan, internet xavfsizligi kriptografiya teoremlari asosida ishlaydi.

Maktablarda teorema o'quvchilarda mantiqiy fikrlashni shakllantiradi. Litsey va universitetlarda esa teorema – ilmiy fikr yuritishning eng muhim vositasi.

O'zbek olimlari va teoremalarga qo'shgan hissasi

Abu Rayhon Beruniy – geometriya va trigonometriyada ko'plab teoremlarning asoschisi.

Mirzo Ulug'bek – astronomiyada teoremalarga asoslangan kuzatishlar qilgan.

Al-Xorazmiy – algebra asoschisi sifatida teoremalarga katta hissa qo'shgan.

Pifagor teoremasining 300 dan ortiq turli isboti mavjud.

Fermat teoremasi 350 yil davomida isbotlanmagan va faqat 1994-yilda Endryu Uayls tomonidan isbotlangan.

Eng qisqa teorema " $1+1=2$ " bo'lsa-da, uning isboti 300 sahifadan oshadi (Rassel va Uaytxed asarlarida).

Matematika insoniyat rivojida eng muhim fanlardan biri bo'lib, tabiat qonunlarini, iqtisodiy jarayonlarni, texnologik yangiliklarni chuqur anglash imkonini beradi. U barcha ilmiy va texnik sohalarning asosidir. Teorema esa matematik bilimlarning ildiz so'zlaridan biri, u murakkab fikr va qonunlarni isbotlash orqali matematik tizimli va aniq fan bo'lishini ta'minlaydi. Teorema yordamida yangi bilimlar yaratiladi, mavjud nazariyalar mustahkamlanadi.

Teorema so'zining kelib chiqishi – yunoncha ildizlari, qadimgi olimlar. "So'zning kelib chiqishi qadimiy Yunonistondan bo'lib, yunon tilidagi "θεωρημα" "ko'rish", "tadqiq qilish" degan ma'noni anglatadi. Bu so'z ma'naviy jihatdan ilmiy haqiqatni kashf qilish va ochib berishni anglatadi. Yunon matematiklari Platon, Pifagor va Evklid o'z asarlarida teoremalarga katta urg'u berganlar. Evklid "Elementlar" asarida yuzlab teorema va isbotlarni tizimli shaklda bayon qilgan, bu matematikani tizimli fan sifatida shakllantirishga olib kelgan.

Ilmiy nuqtai nazardan teorema — bu matematik, mantiqiy yoki ilmiy sohada to'g'riligiga ishonilgan va isbotlangan bayonot yoki qoidadir. Boshqacha qilib aytganda, ma'lum bir shartlar (gipotezalar) asosida kelib chiqadigan aniq matematik faktdir. Sodda qilib tushuntirilganda,

teorema — "agar bular bo'lsa, shular ham haqiqat" degan bayonotdir va u matematik asoslangani bilan boshqacha fikr yuritishni aniq rad etadi.

Har bir teorema ikki asosiy qismdan iborat: gipoteza va xulosa. Gipoteza — bu shartlar, taxminlar yoki oldindan qabul qilingan holat; xulosa esa undan kelib chiqadigan natija. Masalan, Pifagor teoremasida gipoteza uchburchakning to'g'ri burchakli ekanligi; xulosa — gipotenuzaning uzunligining kvadrati katetlarning kvadratlari yig'indisiga teng. Gipoteza to'g'ri kelmasa, teoremaning xulosasi ham amal qilmaydi.

Teorema va aksioma farqi – ikkalasining qanday farq qilishini keng tushuntirish

Aksioma matematikada isbot talab qilmaydigan, boshqalar uchun qabul qilingan boshlang'ich haqiqatdir. Unga e'tiroz qilish yoki undan voz kechish mumkin emas; u matematik tizimning poydevori hisoblanadi. Teorema esa aksiomalar va boshqa teoremlardan dalillanishi kerak bo'lgan bayonotdir. Masalan, Evklid geometriyasida "ikki nuqta yordamida yagona to'g'ri chiziqli chiziladi" aksioma hisoblanadi, bu teorema emas. Teoremlar aksioma asosida mantiqiy ravishda quriladi.

Matematika fanida teoremlarning bir necha turlari mavjud bo'lib, ular vazifasi va qo'llatilish doirasiga qarab farqlanadi. Asosiy teoremlar: fan tartibida eng muhim va keng qo'llaniladigan qoidalar (masalan, Pifagor teoremasi). Lemma (yordamchi teorema): asosiy teoremani isbotlash uchun kerak bo'ladigan kichikroq, yordamchi bayonot. Aks teorema: asosiy teoremaning inkor qilingan shakli, qarama-qarshi bayonot. Kontrapozitiv teorema: teoremaning gipoteza va xulosasini inkor qilgan, lekin ularni teskari yo'ldan bog'lagan bayonot. Korollar (natijalar): asosiy teoremaning bevosita oqib chiqadigan natijalari yoki qo'shimcha xulosalari. Universal teoremlar: har xil holatlar uchun umumiy qo'llaniladigan qoidalar. Maxsus teoremlar: faqat ma'lum shartlar yoki cheklovlar ostida amal qiladi.

Teoremani isbotlash uchun asosiy usullar talab qilinadi, ular: Bevosita isbot: gipotezadan to'g'ridan-to'g'ri xulosaga yetib borish. Aksini faraz qilish: tez-tez qo'llaniladigan usul, teoremaning noto'g'riligini faraz qilib, mantiqiy ziddiyatga chiqiladi. Matematik induksiya: qatorli ko'p sonlar uchun umumiy qoidani isbotlash usuli, ayniqsa natural sonlarda samarali. Qarama-qarshilikdan foydalanish: aksini faraz qilish turlaridan biri bo'lib, mantiqiy ziddiyat topib isbotlaydi. Geometrik isbot: shakl va diagrammalar yordamida vizual tarzda isbotlash usuli. Algebraik isbot: algebraik formulalar va tenglamalar yordamida isbotlash.

Matematika va teoremlar kundalik hayot va ilm-fanning ko'p sohalarida amaliy ahamiyatga ega:

- Qurilish va arxitektura: binolar va inshootlar barqarorligi va dizaynida.
- Texnika va mexanika: avtomobillar, samolyotlar va mexanik tizimlarda.
- Fizika va astronomiya: koinot qonunlarini modellashtirishda.
- Informatika va kriptografiya: algoritmlar va ma'lumotlarni xavfsiz saqlash.
- Iqtisodiyot va moliya: moliyaviy modellar va tahlillarda.
- Kundalik hayot: xaridlar, transport, pishirish kabi oddiy holatlarda ham matematik bilimlardan foydalaniladi.

Teoremlarning tarixiy ahamiyati – qadimdan hozirgacha bo'lgan ilmiy o'sish. Matematikaning rivojida teoremlarning roli nihoyatda yuksak. Ular qadimgi davrlardan boshlab ilmiy bilimlarning tizimli ravishda rivojlanishini ta'minlagan, yangi ixtirolar,

kashfiyotlar asosini yaratgan. Teoremalarsiz ilm-fan o'zining to'liq exactlik va mantiqiy asosini topolmas edi.

Zamonaviy fan va texnologiya sohalarida, masalan, sun'iy intellektning rivojlanishi, kiberxavfsizlik tizimlari, kosmos o'rganishlarida matematik teorema va ularning isbotlari muhim ahamiyatga ega. Ular algoritmik nazorat, ma'lumotlarni kodlash, yangi nazariyalarni sinashda qo'llaniladi.

Matematika o'qitishda teoremaning o'rni – maktab, litsey, oliygoh darslarida qo'llanishi. O'quv jarayonida teorema o'rganish mantiqiy fikrlash qobiliyatini oshiradi, matematik bilimlarni tizimlashtirishga yordam beradi. Maktabda, litseynda va oliy ta'limda teoremalarni o'rganish, ularga isbotlarni tushunish keyingi ilmiy izlanishlar uchun poydevor bo'ladi.

O'zbek olimlari Beruniy va Ulug'bek matematika, astronomiya va tabiiy fanlarda chuqur ilmiy izlanishlar olib borib, turli teorema va qoidalar bilan xalqaro ilm-fanda o'z o'rnini topgan. Ularning asarlari bugungi kunda ham ilmiy doiralarda qadrlanadi.

Dunyo matematikasida eng murakkab isbotlar, masalan, Fermatning katta teoremasi, uzoq yillar davomida topilmagan. Boshqa tomondan, ba'zi teoremlar eng qisqa va soddalashtirilgan isbotlarga ega, hatto bitta qatorda ifodalanadi. Bu esa matematikaning ijodiy va boy qirrali jihatlarini ko'rsatadi.

Teorema matematikani va ilm-fanni mantiqan izchil va aniq qilishning asosi hisoblanadi. U ilmiy taraqqiyotning har bir bosqichida yangi bilimlar hosil qilish, mavjud nazariyalarni yanada mustahkamlash va qo'llash uchun zarur vositadir. Teoremalarsiz matematikani tasavvur qilish qiyin.

Odatda bu teoremalarning isbotlari to'g'ridan-to'g'ri (bevosita isbot) yoki matematik induksiya yordamida amalga oshiriladi.

Masalan, Pifagor teoremasi uchun ko'plab bevosita isbotlar mavjud, ularning ba'zilari geometrik shakllar asosida, boshqalari esa algebraik manipulyatsiyalar orqali isbotlanadi.

Asosiy teoremalarning isbotlari ko'pincha aniq va to'liq mantiqiy qadamlar ketma-ketligi bilan kechadi.

Lemmalar boshqa murakkab teoremalarning isbotini soddalashtirish uchun mo'ljallangan. Isbotlari ko'pincha qisqaroq va ko'proq texnik bo'lib, teoremlar isbotidagi murakkabliklarni qismlarga bo'lib hal qiladi. Lemma isbotlari ba'zan qiyin bo'lsada, ular ko'proq yordamchi, fokuslangan mantiqiy qadamlarni o'z ichiga oladi.

Aks teorema, ya'ni teoremaning qarama-qarshi bayoni, ko'pincha qarama-qarshilik usulida isbotlanadi. Ushbu isbotda avvalo teoremaning noto'g'riligini faraz qilinadi va natijada mantiqiy ziddiyat topiladi. Bu turdagi isbotlar ko'proq mantiq va farazlarni inkor qilishga asoslangan.

Kontrpozitiv isbot usuli teoremaning gipotezasi va xulosasining inkor qilingan joylarini teskari ravishda o'rganadi. Isbot qiyin bo'lishi mumkin, chunki u gipoteza va natijani obratno sifatida ko'rib chiqadi, ammo ko'plab nazariyalarda samarali. Bu usul ko'pincha mantiqiy strukturalarni chuqur anglashga asoslanadi.

Korollar asosan oldingi teorema va lemmalarning bevosita natijasi bo'lib, uning isboti odatda qisqa va sodda. Korollar ko'pincha asosiy teoremaning natijasini kengaytirish yoki uning yangi xususiyatlarini ko'rsatishda ishlatiladi.

Universal teoremlar keng qo'llaniladi va ko'pincha abstrakt mantiqiy qoidalar yordamida isbotlanadi. Maxsus teoremlar esa faqat ma'lum shartlar va holatlar uchun amal qiladi, shuning uchun ularning isbotlari aniq shartlar asosida quriladi va ko'proq kontekstga bog'liq.

Ba'zi teoremlarning isbotlari juda murakkab bo'lib, bir necha ming betdan iborat ishlardan iborat bo'lishi mumkin (masalan, Fermatning katta teoremasi). Bunday isbotlarda matematikaning turli sohalari birlashtiriladi va ko'plab yordamchi teoremlarga tayaniladi.

Kompyuter yordamida tekshiriladigan isbotlar ham mavjud (misol, to'rt rang teoremasi), ular matematiklar orasida dastlab munozarali bo'lgan.

Matematik induksiya. Bu usul qatorli tabiiy sonlar haqidagi teoremlarda ishlatiladi. Dastlab isbotlanishi kerak bo'lgan eng kichik son uchun teorema tekshiriladi, so'ngra $n=k$ uchun to'g'ri bo'lsa, $n=k+1$ uchun ham to'g'ri ekanligi ko'rsatiladi.

Bevosita isbot — bu eng oddiy va ko'p ishlatiladigan usul bo'lib, unda teorema gipotezasi asosidan to'g'ridan-to'g'ri mantiqiy qadamlar orqali xulosa chiqariladi. Masalan, agar berilgan ikki juft sonning yig'indisi juft son bo'lishi kerak bo'lsa, har bir juft sonni 2 ga bo'lingan sifatida ifodalaymiz va yig'indisini ko'rsatamizki, u ham 2 ga bo'linadi, ya'ni juft son. Ushbu usul ko'pincha oddiy algebraik qoidalar, sonlar nazariyasi va ba'zi geometriya masalalarida qo'llaniladi.

Aksini faraz qilish orqali isbot (qarama-qarshilik usuli). Ushbu usulda biz teorema noto'g'ri degan taxminda uchraymiz va bu taxmin ziddiyatli natijalar yoki qarama-qarshi taxminlarga olib kelishini ko'rsatamiz. Natijada, taxminimiz noto'g'ri ekanligi sababli, asl teorema to'g'ri ekanligi isbotlanadi. Masalan, "sonlar to'plami cheksizdir" degan fikrni aksini faraz qilish orqali isbotlash mumkin — agar sonlar to'plami cheklangan bo'lsa, qarama qarshilik hosil bo'ladi.

Qarama-qarshilik usuli. Bu usul aksini faraz qilishga o'xshash bo'lib, teoremaning qarama-qarshi holatini rad etish orqali isbotlashni anglatadi., qarama qarshi natijani rad etish orqali isbotlanadi. Bu usul ko'pincha matematik mantiqda, xususan aksiomatik tizimlarda qo'llanilib, mantiqning mutanosibligini ta'minlaydi.

Geometrik isbot. Geometriya sohasidagi teoremlarda ko'p ishlatiladi. Geometriya teoremlari uchun chizmalar va shakllardan foydalanib ko'rsatishdan iborat. Bu usul ko'z bilan ko'rishga asoslangan. Bu usulda teorema chizma yordamida ko'rsatiladi va ko'z bilan ko'rish orqali to'g'riligi isbotlanadi. Masalan, Pifagor teoremasining ko'plab geometrik isbotlari mavjud, ular uchburchaklarning tomonlari va burchaklari o'rtasidagi munosabatlarni chizma orqali ko'rsatadilar.

Algebraik isbot. Bu usulda matematik tenglamalar, identikliklar va algebraik usullar orqali teorema isbotlanadi. Matematik tenglamalar, tengsizliklar va formulalar yordamida teoremaning to'g'riligi ko'rsatiladi. Algebraik isbotlar odatda tenglamalarni manipulyatsiya qilish, o'xshashliklar va algebraik xususiyatlardan foydalanishni o'z ichiga oladi. Misol sifatida binom teoremasi isbotini keltirish mumkin.

Isbotni bo'laklarga bo'lib o'rganish. Murakkab teoremlarning isbotlarini osonlashtirish uchun ularni kichik qismlarga — yordamchi lemmalar yoki kichikroq teoremlarga bo'linadi. Har bir kichik qism alohida isbotlanadi, so'ngra ularning yig'indisi asosiy teoremani isbotlaydi. Bu usul katta matematik ishlar va mashhur natijalar uchun xos.

Konstruktsion (yaratuvchi) isbot. Baʼzan matematikada teoremaning toʻgʻriligini koʻrsatish uchun uning haqiqiy misolini yoki konstruktsiyasini yaratish kifoya qiladi. Masalan, maʼlum intervyu yuzasi yoki geometrik figuraning mavjudligini konstruktsion usulda koʻrsatish.

Isbotni toʻliq tekshirish (exhaustive proof). Bu usulda teorema cheklangan sonli holatlar boʻyicha tekshiriladi va har bir holat uchun toʻliq tekshiruv qilinadi. Bu usul murakkab boʻlishi mumkin, shuning uchun koʻproq kompyuter yordamida amalga oshiriladi. Masalan, “Toʻrt rang teoremasi” kompyuter yordamida bunday isbotlandi.

Kombinatorik isbot. Baʼzan tengliklar yoki hisoblanuvchi haqiqiy qiymatlar uchun turli yoʻllar bilan hisoblangan natijalar tengligini isbotlash kerak boʻladi. Kombinatorik isbot hisoblashning ikki xil yoki undan koʻp usuli orqali bir xil natija chiqqanligini koʻrsatadi.

Bevosita isbot (Direct proof). Bu usulda teorema gipotezasi asosida toʻgʻri va mantiqiy qadamlar ketma-ketligi yordamida xulosa olinadi. Masalan, ikki juft sonning yigʻindisi juft ekanligini bevosita isbotlash mumkin. Tushuntirish: Bu usulda biz berilgan shartdan toʻgʻridan-toʻgʻri qadamlar orqali xulosa chiqaramiz. Hech qanday “agar” yoki “teskari” usullar kerak emas. Misol: Agar son juft boʻlsa, demak uni $2k$ shaklida yozish mumkin (k — butun son). Masalan, $2k + 2m = 2(k+m)$, yaʼni ikkita juft sonning yigʻindisi ham juft boʻladi. Farqi: Toʻgʻridan-toʻgʻri va eng oson yoʻl.

Aksini faraz qilish orqali isbot (Proof by contradiction). Bunda teoremaning notoʻgʻriligini faraz qilinadi va shu taxmin ziddiyatga olib kelishi koʻrsatiladi. Natijada asl teorema toʻgʻri ekanligi isbotlanadi. Bu usul koʻpincha matematikada murakkab teoremalarda qoʻllanadi. Tushuntirish: Teorema rostligini isbotlash uchun uni notoʻgʻri deb tasavvur qilamiz. Keyin qarama-qarshilik paydo boʻladi. Shunda teorema aslida rost ekanligi isbotlanadi. Misol: “Eng katta tub son yoʻq” degan teoremani olaylik. Agar eng katta tub son mavjud boʻlsa, unga qoʻshilgan 1 yangi son boʻladi va u ham tub boʻlishi mumkin. Bu qarama-qarshilik. Demak, tub sonlar cheksiz. Farqi: Bu usulda biz xuddi “teskari yoʻl”dan boramiz.

Matematik induksiya (Mathematical induction). Tushuntirish: Koʻpincha sonlar ketma-ketligi uchun ishlatiladi. Avval eng kichik n (masalan, $n=1$) uchun toʻgʻriligini koʻrsatamiz. Keyin, agar $n=k$ uchun rost boʻlsa, demak $n=k+1$ uchun ham rostligini isbotlaymiz. Misol: $1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n+1)/2$ formulasi. Avval $n=1$ uchun koʻrsatamiz, keyin k dan $k+1$ ga oʻtamiz. Farqi: Faqat ketma-ketlik va qatorlarga mos.

Qarama-qarshilikni rad etish (Contrapositive proof). Tushuntirish: Bu usul aksini faraz qilishga oʻxshash, lekin farqi shundaki, “ $A \rightarrow B$ ” ni isbotlash oʻrniga “ $\text{Not } B \rightarrow \text{Not } A$ ” ni koʻrsatamiz. Misol: Agar son juft boʻlsa, u 2 ga boʻlinadi. Contrapositive usulda: Agar son 2 ga boʻlinmasa, demak u juft emas. Farqi: Bu ham teskari usul, lekin qarama-qarshilikni koʻrsatishdan koʻra tartibliroq.

Geometrik isbot

Tushuntirish: Chizma chizib, shakllar yordamida koʻrsatish.

Misol: Pifagor teoremasini kvadratlar orqali koʻrsatish — uchburchakning katetlari ustiga kvadrat qurib, ularning yuzalarini solishtirish. Farqi: Koʻz bilan koʻrib tushunish mumkin boʻladi.

Algebraik isbot

Tushuntirish: Formulalar va algebraik oʻzgartirishlar orqali isbotlash.

Misol: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ekanligini tenglamani ochib ko'rsatamiz.

Farqi: Hisoblash va algebra qoidalariga asoslanadi.

Isbotni bo'laklarga bo'lib qilish (Proof by lemmas)

Tushuntirish: Murakkab teoremlarni kichik qismlarga ajratamiz: avval kichikroq "lemma"larni isbotlaymiz, so'ng asosiy teorema chiqadi. Misol: Pifagor teoremasini isbotlashda avval uchburchaklarning o'xshashligi haqidagi lemmani ishlatamiz. Farqi: Murakkab masalalarda qulay.

Konstruksion isbot (Constructive proof)

Tushuntirish: Teorema rostligini ko'rsatish uchun shunchaki uning misolini yaratamiz.

Misol: "Juft son mavjud" deyilgan bo'lsa, biz 2 sonini ko'rsatamiz. Bu ham isbot. Farqi: Faqat misol yaratish orqali ko'rsatadi.

To'liq tekshirish (Exhaustive proof)

Tushuntirish: Agar imkoniyatlar soni cheklangan bo'lsa, hammasini birma-bir tekshirib chiqamiz. Misol: Uchta bola A, B, C qanday qilib ikki kishilik guruh tuzishi mumkinligini tekshirish. Uch holat bo'ladi: AB, AC, BC. Barchasini sanab chiqamiz. Farqi: Ko'p vaqt oladi, lekin aniq.

Kombinatorik isbot

Tushuntirish: Biror natijani ikki xil usulda sanaymiz va ikkalasidan ham bir xil natija chiqishini ko'rsatamiz. Misol: n ta kishidan 2 kishini tanlash usuli. Uni $C(n,2)$ orqali yoki $(n \cdot (n-1))/2$ orqali sanash mumkin. Natija baribir bir xil. Farqi: Bu usul hisoblash va kombinatorikaga asoslanadi.

Qo'shimcha isbot usullari

Vizual isbot

Chizmalar, diagrammalar yoki grafiklar yordamida isbotlash. Masalan, "kvadrat sonlarning yig'indisi"ni blokchalar yordamida ko'rsatish.

Ehtimollik isboti

Ba'zi teoremlar ehtimollik asosida ko'rsatiladi. Masalan, tasodifiy tanlangan sonning tub bo'lish ehtimolini isbotlash.

Analitik isbot

Matematik tahlil (derivativ, integral) usullari orqali isbotlash. Masalan, funksiyaning chegarasi yoki uzluksizligi haqida.

Xulosa:

Yuqoridagi isbot usullari matematikada haqiqatlarni aniq, ishonchli va mantiqiy asoslash uchun asosiy vositalar hisoblanadi. Har bir usulning o'ziga xos o'рни va afzalliklari bor. Matematiklar masala va shartlarga qarab mos usulni tanlaydi. Ushbu usullar matematikani nafaqat aniq fan qilishga, balki uni talabalar uchun tushunarli va o'rganilishi oson bo'lishiga yordam beradi. Teoremaning turiga qarab, isbot usullari aniq, qisqa bevosita isbotlardan tortib, aksini faraz qilish yoki matematik induksiya kabi murakkab mantiqiy usullargacha farqlanadi. Lemma va korollar yordamchi isbotlar bilan soddalashtirilsa, asosiy va chuqur teoremlarning isbotlari ko'proq qat'iy va ko'p bosqichli dalillarni talab qiladi.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Abdievna, Axmedova Barno. "USE OF PROGRAMMING LANGUAGES IN SOLVING

TECHNICAL PROBLEMS." *International scientific-online conference International scientific-online conference.*

2. Barno Abdiyevna Axmedova. "TA'LIM XIZMATLARINI SINERGIK SAMARADORLIGINI OSHIRISH MODELLARI". ЛУЧШИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. 2025/2. Страницы 170-175
3. Barno Abdiyevna Axmedova. "RAQAMLI IQTISODIYOT SHAROITDA TA'LIM XIZMATI SIFATINI OSHIRISHNI EKONOMETRIK MODELLASHTIRISH USULLARI". ЛУЧШИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. 2025/2. Страницы 176-180.
4. Axmedova, Barno. "Ta'lim xizmatlari sifatini oshirishning nazariy-ilmiy asoslari." *YASHIL IQTISODIYOT VA TARAQQIYOT* 3.2 (2025).
5. Mukhitdinov Khudayar Suyunovich, Axmedova Barno Abdiyevna. "TRANSFORMATION OF EDUCATIONAL BUSINESS LEARNING PROCESSES IN IMPROVING THE QUALITY OF REGIONAL EDUCATIONAL SERVICES". *Journal of Survey in Fisheries Sciences*. 2023/3/9. Страницы 3200-3216.
6. Mukhitdinov Khudoyar Suyunovich, Axmedova Barno Abdiyevna. "Econometric modeling and forecasting of educational services to the population of the region". *To Secure Your Paper As Per UGC Guidelines We Are Providing A Electronic Bar Code*. 2021/1. Страницы 241-251.
7. Барно Абдиевна Ахмедова. "Рақамли иқтисодиёт шароитида таълим хизмати сифатини оширишнинг моҳияти ва вазифалари". ЎЗМУ ХАБАРЛАРИ. 2022. Страницы 28-31.
8. Барно Абдиевна Ахмедова. "Ways to Improve the Quality of Educational Services Using ICT". *Eurasian Journal of History, Geography and Economics*. 2022. Страницы 34-38.
9. Барно Абдиевна Ахмедова. "Econometric Methods Aimed at Improving the Quality and Digitalization Of Educational Services". *Eurasian Research Bulletin*. 2022. Страницы 66-70.
10. Барно Абдиевна Ахмедова. "Raқamli iqtisodiyot sharoitida ta'lim xizmati sifatini oshirishda ekonometrikadan foydalanish metodikasi". ЎЗМУ ХАБАРЛАРИ. 2022. Страницы 42-45.
11. Барно Абдиевна Ахмедова. "Ta'limda raqamli iqtisodiyot muammolari tahlili". *O'ZBEKISTONNING YANGI TARAQQIYOT DAVRIDA TA'LIM-TARBIYA VA ILM-FAN SOHALARINI TAKOMILLASHTIRISH MUAMMOLARI*. 2022/5. Страницы 639-642.
12. Барно Абдиевна Ахмедова. "Raқamli iqtisodiyotda ekonometrik usullardan foydalanib ta'lim xizmati sifatini oshirish". *O'ZBEKISTONNING YANGI TARAQQIYOT DAVRIDA TA'LIM-TARBIYA VA ILM-FAN SOHALARINI TAKOMILLASHTIRISH MUAMMOLARI*. 2022/5. Страницы 642-644.
13. Барно Абдиевна Ахмедова. "Raқamli iqtisodiyotda ta'lim xizmatlarini takomillashtirish". *O'ZBEKISTONNING YANGI TARAQQIYOT DAVRIDA TA'LIM-TARBIYA VA ILM-FAN SOHALARINI TAKOMILLASHTIRISH MUAMMOLARI*. 2022/5. Страницы 644-646.
14. Akhmedova Barno Abdiyevna. "PRINCIPLES OF IMPROVING THE QUALITY OF EDUCATION BASED ON THE USE OF ICT". *Journal of Management Value & Ethics (A quarterly Publication of GMA)*. 2023. Страницы 48-59.
15. Барно Ахмедова. "РОЛЬ И ЗНАЧЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКЕ". *Международная конференция академических наук*. 2023/3/4. Страницы 8-24.

16. Барно Ахмедова. “ДИСТАНЦИОННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ КАК КЛЮЧЕВОЙ ФАКТОР ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ”. Development of pedagogical technologies in modern sciences. 2023/3/4. Страницы 11-26.
17. Barno Axmedova. “MASOFAVIY TA’LIM IQTISODIYOTNI RAQAMLASHTIRISH SHAROITDAGI O’RNI VA AHAMIYATI”. Наука и технология в современном мире. 2023/3/5. Страницы 63-73.
18. Barno Axmedova. “MASOFAVIY TA’LIM IQTISODIYOTNI RAQAMLASHTIRISH SHAROITDA ASOSIY OMIL SIFATIDA”. Наука и технология в современном мире. 2023/3/5. Страницы 74-84.