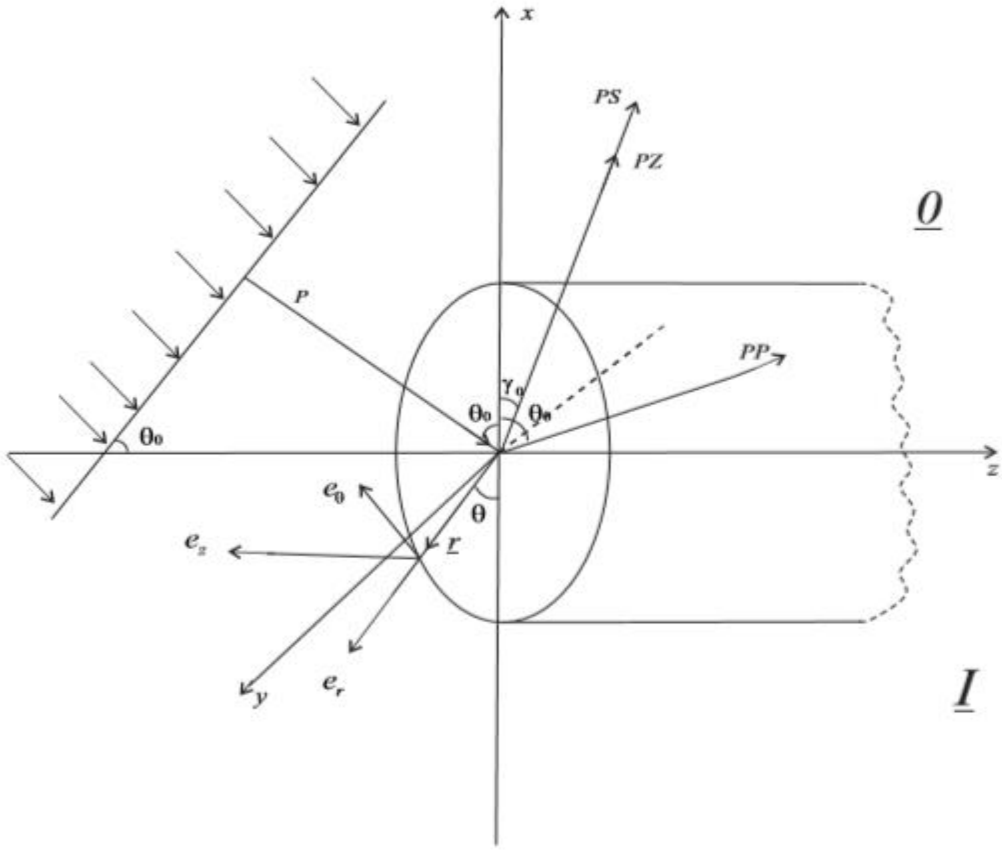
ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА ВЗАИМОДЕЙСТВА ПРОДОЛЬНЫХ - ВОЛН ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В УПРОГОЙ СРЕДЕ

Эсанов Нуриддин Курбонович
Университет Алфраганус. Узбекистан
https://doi.org/10.5281/zenodo.14924143

В цилиндрической система координатах r,θ,z расматривается распростронение продольных волн. Линейной уравнение движенине механических систем в векторной форме при отсутственние обемних сил принимает вид.



(рис 1)

$$\mu\nabla^2\vec{u}+\left(\lambda+2\mu\right)graddi\vartheta\vec{u}=\rho\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2}\ ;\ (1)$$

$$\lambda=\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu\ )};\qquad \mu=\frac{\nu E}{2(1+\nu\ )}\ ;\ (2)$$

Здесь $\vec{u}(u_x,u_y,u_z)$ -вектор перемещения точек среды; ρ - плотность среды; ν - коэффициент Пуассона; λ , μ - коэффициент Ламе.

Вектор перемешений среды представляем в виде потенциала

$$u=grad\varphi+rot\vec{\psi},\vec{\psi}(\psi_r,\psi_\theta,\psi_z)\qquad (3)$$

(3) подставляя (1) то получил следующею дифференциал уравнения среды [1].

$$\nabla^2\varphi-\frac{1}{c_p^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=0;\ \nabla^2\psi_Z-\frac{1}{c_S^2}\frac{\partial^2\psi_Z}{\partial t^2}=0;\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

(4)

$$\nabla^2\psi_\theta-\frac{\psi_\theta}{r^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial\psi_r}{\partial\theta}-\frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2\psi_\theta}{\partial t^2}=0;\nabla^2\psi_r-\frac{\psi_r}{r^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial\psi_\theta}{\partial\theta}-\frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2\psi_r}{\partial t^2}=0;$$

C_p, C_s - продольная и поперечная скорость распространение волн среде.

На свободной поверхности полости

$$G_{rr}^{(p)}+G_{rr}^{(pp)}=G_{r\theta}^{(p)}+G_{r\theta}^{(pp)}=G_{rz}^{(p)}+G_{rz}^{(pp)}=0; \qquad (5)$$

Решения уравнения (4) ищем в виде

$$\varphi_r=e^{i(n\theta-\frac{w\cos\theta_0}{C_{P0}}z-wt)}\varphi(r);\psi_z=e^{i(n\theta+\frac{w\cos\theta_0}{C_{P0}}z-wt)}\psi(r);\begin{pmatrix}\psi_\theta\\ \psi_r\end{pmatrix}=e^{i(n\theta+\frac{w\cos\theta_0}{C_{P0}}z-wt)}\psi(r); \qquad (6)$$

(6) подставляем в (4), в в результате получим уравнения среды в следующий виде

$$\frac{\partial^2\varphi(r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi(r)}{\partial r}+\left(\frac{\omega^2}{c_p^2}(1-\cos^2\theta_0)-\frac{n^2}{r^2}\right)\varphi(r)=0$$

$$\frac{\partial^2\psi_z(r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_z(r)}{\partial r}+\left(\frac{\omega^2}{c_s^2}(1-\cos^2\gamma_0)-\frac{n^2}{r^2}\right)\psi_z(r)=0 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial^2\psi_{r,\theta}(r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_{r,\theta}(r)}{\partial r}+\left(\frac{\omega^2}{c_s^2}(1-\cos^2\gamma_0)-\frac{1}{r^2}(n^2+1)\right)\psi_{r,\theta}(r)=0$$

Где

$$\alpha=\left(\frac{\omega^2}{c_p^2}(1-\cos^2\theta_0)-\frac{n^2}{r^2}\right);\beta=\left(\frac{\omega^2}{c_s^2}(1-\cos^2\gamma_0)-\frac{n^2}{r^2}\right);\Omega=\left(\frac{\omega^2}{c_s^2}(1-\cos^2\gamma_0)-\frac{1}{r^2}(n^2+1)\right); \qquad (8)$$

Соответствующие волновые числа продольных и поперечных волн.

Общая решения (7) в потенциалах имеет следующий вид.

$$\varphi^{(p)}=\varphi_0\sin\theta_0\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\ell^{i(n\theta-\frac{\omega\cos\theta_0}{c_{p0}}z-\omega t)}J_n(\alpha r);$$

$$\varphi^{(pp)}=A\sin\theta_0\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\ell^{i(n\theta+\frac{\omega\cos\theta_0}{c_{p0}}z-\omega t)}H_n^{(2)}(\alpha r); \qquad (8)$$

$$\begin{pmatrix}\psi^{(ps)}\\ \psi^{(pz)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}B\\ C\end{pmatrix}\cos\gamma_0\sum_{n=0}^{\infty}\ell^{i(n\theta+\frac{\omega\cos\gamma_0}{c_{s0}}z-\omega t)}\begin{pmatrix}H_n^{(2)}(\Omega r)\\ H_n^{(2)}(\beta r)\end{pmatrix};$$

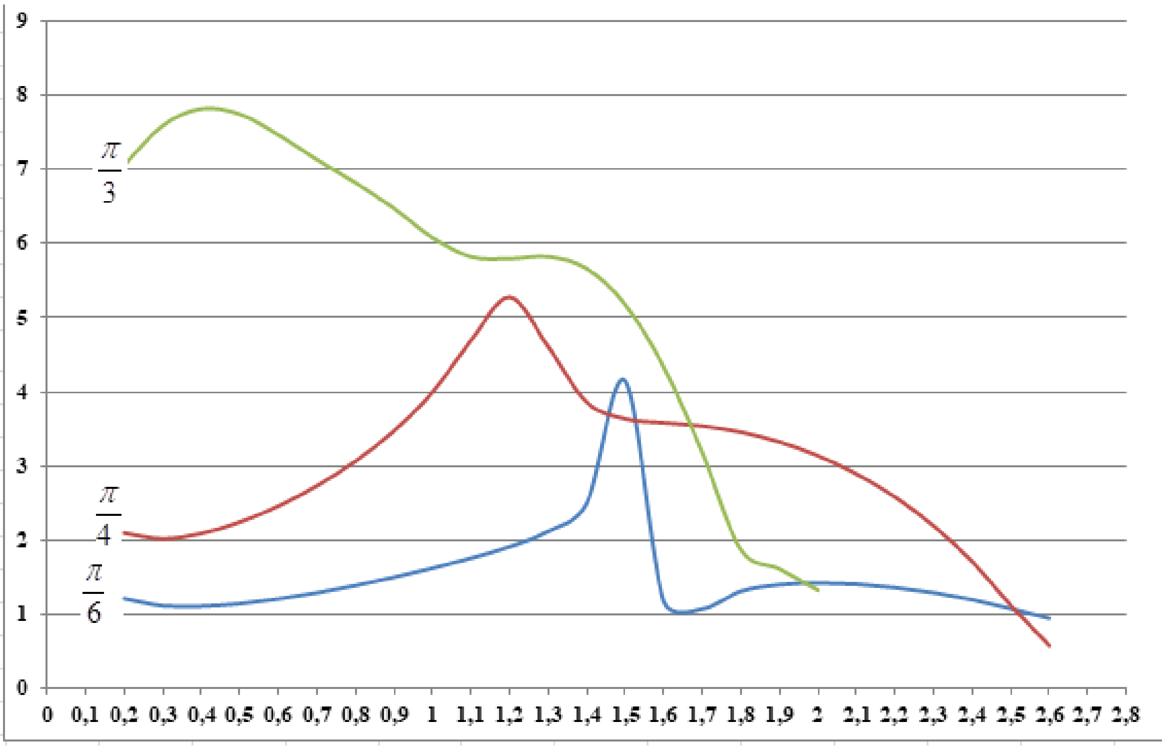
$\varphi^{(p)}$ - падающая волна расширения, $\varphi^{(pp)}$ - отраженная волна расширения, $\psi^{(ps)},\psi^{(pz)}$ - отраженная волна сдвига по оси Z, θ ;

φ_0 - амплитуда продольных падающих волн; θ_0, γ_0 - угол падающей и отраженных волн; $J_n(\alpha r)$, $H_n^{(2)}(\alpha r)$, $H_n^{(2)}(\Omega r)$, $H_n^{(2)}(\beta r)$ - функция Бесселя и Ханкеля второго рода n – го порядка; A,B,C – неизвестные коэффициенты которое определяется с граничных условий. Когда значение аргумента (7) увеличивается больше трех тогда для вычислении значении функции Бесселя и Ханкеля используется асимптотика.

Кольцевое напряжения полости.

$$\frac{1}{2\mu}G_{\theta\theta}^{(pp)} = A\cdot\sin\theta_0\left(\begin{array}{l}\frac{1-\nu}{1-2\nu}\alpha^2\cdot H_n^{(2)//}(\alpha r)+\frac{1-\nu}{r^2(1-2\nu)}\cdot(-n^2)\cdot H_n^{(2)}(\alpha r)+\\ +\frac{1-\nu}{r^2(1-2\nu)}\cdot\alpha\cdot H_n^{(2)/}(\alpha r)+\frac{\nu}{1-2\nu}\cdot\left(-\frac{\omega^2\cos^2\gamma_0}{c^2_{so}}\right)\cdot H_n^{(2)}(\Omega r)\end{array}\right)-$$

$$-B\cdot\cos^2\gamma_0\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{i\omega}{c_{so}}\cdot H_n^{(2)}(\Omega r)+C\cdot\cos\gamma_0\cdot\left(-\frac{1}{r}\cdot i\cdot n\cdot\beta\cdot H_n^{(2)/}(\beta r)\right)$$



Кольцевое напряжение полости при различных углах

Foydalanilgan adabiyotlar/Используемая литература/References:

1. И.И.Сафаров – Колебания волны в диссилакативна неоднородных средах и конструкциях издательство “Фан” Ташкент 1991г.
2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лившиц – Теория упругости М. “ НАУКА” ГРФМЛ 1987